**Obiectivele unit**at**ii de înv**at**are**

În urma parcurgerii acestei unitati de învatare, studentii vor fi capabili:

-sa aplice metodologia rezolvarii problemelor de matematica la clasele I-IV;

-sa constientizeze valentele formative ale activitatilor de rezolvare si compunere de

probleme, cu exemplificari;

-sa aleaga din multitudinea cailor de rezolvare a unei probleme pe cea mai rapida si eleganta;

-sa stabileasca raportul dintre îndrumarile date elevilor de catre institutor si activitatile creatoare ale acestora;

-sa priveasca activitatea de compunere a problemelor ca importanta modalitate de cultivare si educare a creativitatii gândirii prescolarului si a scolarului mic.

**No**t**iunea de problem**a **matematic**a

Cuvântul **problem**a îsi are originea în limba latina **(problema)** si a intrat în vocabularul

românesc prin limba franceza **(problème)**.

Termenul de problema nu este suficient delimitat si precizat, având un continut larg si

cuprinzând o gama larga de preocupari si actiuni din domenii diferite. Etimologic, în germana **pro-ballein** înseamna **înaintea unei bariere**, **obstacol care st**a **în cale**, ceea ce ar mai putea fi interpretat ca o dificultate teoretica sau practica a carei rezolvare nu se poate face prin aplicarea directa a unor cunostinte si metode cunoscute, ci este nevoie de investigare, tatonare, cautare.

**Etimologia greaca** a cuvântului **problema** arata ca ea reprezinta o **provocare** la cautare, la descoperirea solutiei.

Revenind la spatiul didactic, se considera drept **problem**a orice dificultate teoretica sau

practica, în care elevul pentru a-i gasi solutia, trebuie sa depuna o activitate proprie de cercetare, în care sa se conduca dupa anumite reguli si în urma careia sa dobândeasca noi cunostinte si experienta.

Dupa Dictionarul Explicativ al Limbii Române, (DEX), cuvântul **problem**a are urmatoarele

definitii:

**Problem**a: “Chestiune care intra în sfera preocuparilor, a cercetarilor cuiva, obiect

principal al preocuparilor cuiva; tema, materie”;

**Problem**a: “Chestiune importanta care constituie o sarcina, o preocupare (majora) si cere o

solutionare (imediata)”;

**Problem**a: “Dificultate care trebuie rezolvata pentru a obtine un anumit rezultat; greutate,

impas”;

**Problem**a: “Lucru greu de înteles, greu de rezolvat sau de explicat; mister, enigma”;

si în sfârsit:

**Problem**a **de matematic**a: “Chestiune în care, fiind date anumite ipoteze, se cere

rezolvarea, prin calcule sau prin rationamente, asupra unor date.”

Între probleme si exercitii se poate face distinctie, în general, în functie de prezenta sau

absenta textului prin care se dau datele si legaturile între ele.

Exercitiul contine datele, numerele cu care se opereaza si semnele operatiilor respective,

elevul având sarcina de a efectua calculele dupa tehnici si metode cunoscute.

Problema conduce, pentru rezolvarea ei, la o activitate de descoperire. Textul problemei

indica datele, relatiile dintre date si necunoscuta si întrebarea problemei, care se refera la

valoarea necunoscutei.

Matematic vorbind, distinctia între exercitiu si problema nu trebuie facuta dupa forma

exterioara a acestora, ci dupa natura rezolvarii.

Trebuie însa facuta observatia ca un enunt poate fi o problema pentru un copil din clasa I,

un exercitiu pentru cel din clasa a V-a si ceva perfect cunoscut pentru un matematician.

Pe masura ce elevul îsi însuseste modalitati de rezolvare mai generale, pe masura ce creste experienta lui în rezolvarea problemelor, treptat, enunturi care constituiau pentru el probleme, devin simple exercitii.

**Valen**t**ele formative ale activit**at**ilor rezolutive**

Este unanim recunoscut faptul ca rezolvarea problemelor de matematica este una din cele

mai sigure cai ce duce la dezvoltarea gândirii, imaginatiei, atentiei si spiritului de observatie al elevilor. Aceasta activitate pune la încercare în cel mai înalt grad capacitatile intelectuale ale elevilor, le solicita acestora toate disponibilitatile psihice, în special inteligenta, motiv pentru care, programa de matematica din ciclul primar acorda rezolvarii problemelor o importanta deosebita. Acesta este evidentiata de faptul ca unul dintre cele patru obiective cadru ale programei este centrat pe acest tip de activitate. Nu este vorba de a parcurge cât mai multe tipuri de probleme sau metode de rezolvare, ci despre a-i crea elevului situatii noi de învatare, la care sa raspunda cât mai adecvat, în urma unui demers de explorare si investigatie.

Dar nu numai procesele de cunoastere sunt mobilizate în rezolvarea unei probleme, ci

întreaga personalitate a celui ce rezolva problema, în toate coordonatele ei rationale, afective, volitive.

**Problemele de matematica** fiind strâns legate, adesea, prin însusi enuntul lor, de viata, de

realitate, de practica, genereaza la elevi un simt al realitatii de tip matematic, formându-le

deprinderea de a rezolva problemele practice pe care viata le scoate în calea lor.

**Efortul** pe care îl face elevul în rezolvarea constienta a unei probleme presupune o mare

mobilizare a proceselor psihice de cunoastere, volitive, motivational-afective.

**Gândirea prin operatiile logice** de analiza, sinteza, comparatie, abstractizare si

generalizare este cel mai solicitat si antrenat proces cognitiv.

**Prin rezolvarea de probleme**, elevii îsi formeaza priceperi si deprinderi de a analiza

situatia data de problema, de a intui si descoperi calea prin care se obtine ceea ce se cere în problema. Rezolvarea problemelor contribuie astfel la cultivarea si dezvoltarea capacitatilor creatoare ale gândirii, la sporirea flexibilitatii ei, a capacitatilor anticipativ-imaginative, la educarea perspicacitatii si spiritului de initiativa, la dezvoltarea încrederii în fortele proprii.

**Activitatea de rezolvare** a problemelor de matematica contribuie la clasificarea,

aprofundarea si fixarea cunostintelor teoretice învatate. De asemenea, predarea multora

dintre problemele teoretice se face prin rezolvarea uneia sau mai multor probleme,

subliniindu-se proprietatea, definitia sau regula ce urmeaza a fi explicate.

Prin activitatea rezolutiva la matematica elevii îsi formeaza deprinderi eficiente de

munca intelectuala, care vor influenta pozitiv si studiul altor discipline de învatamânt, îsi

educa si cultiva calitatile.

**De asemenea, activitatile matematice de rezolvare si compunere a problemelor**

contribuie la îmbogatirea orizontului de cultura generala al elevilor prin folosirea în textul

problemelor a unor cunostinte pe care nu le studiaza la alte discipline de învatamânt. Este

cazul informatiilor legate de: distanta, viteza, timp, pret de cost, cantitate, dimensiune, masa, arie, durata unui fenomen, etc.

Rezolvând sistematic probleme de orice tip, elevii îsi formeaza seturi de priceperi,

deprinderi si atitudini pozitive, care le confera posibilitatea de a rezolva si a compune ei

însisi, în mod independent, probleme.

**Problemele de matematica** prin continutul lor, prin tehnicile de abordare în scopul

gasirii solutiei, contribuie la cultivarea si educarea unor noi atitudini fata de munca, la

formarea disciplinei constiente, la dezvoltarea spiritului de competitie cu sine însusi si cu

altii, la dezvoltarea prietenei.

**Nu se pot omite nici efectele benefice ale activitatii** de rezolvare a problemelor de

matematica pe planul valorilor autoeducative.

Prin enumerarea valentelor formative în personalitatea elevilor, pe care le genereaza

activitatea de rezolvare si compunere a problemelor de matematica, se justifica de ce

programele scolare acorda o atât de mare importanta acestei activitati scolare si de ce si

institutorul trebuie sa-i acorde importanta cuvenita.

**Etapele rezolv**a**rii problemelor de matematicã**

În activitatea de rezolvare a unei probleme de matematica se parcurg mai multe etape. În

fiecare etapa are loc un proces de reorganizare a datelor si de reformulare a problemei.

**Aceste etape sunt:**

1. Cunoasterea enuntului problemei

2. Întelegerea enuntului problemei.

3. Analiza problemei si întocmirea planului logic, cu efectuarea operatiilor corespunzatoare

succesiunii judecatilor din planul logic.

4. Organizarea si redactarea întregii rezolvari a problemei.

5. Activitati suplimentare:

- verificarea rezultatului;

- scrierea rezolvarii sub forma de exercitiu;

- gasirea altei cai sau metode de rezolvare;

- generalizare;

- compunere de probleme dupa o schema asemanatoare.

**1. Cunoa**s**terea enun**t**ului problemei**

În aceasta etapa de început în rezolvarea oricarei probleme, rezolvitorul trebuie sa ia

cunostinta cu datele problemei, cu legaturile existente între ele si bineînteles cu necunoscuta

problemei. Dupa citirea textului problemei de catre institutor sau de catre elevi, se va repeta

problema de mai multe ori, pâna la învatarea ei de catre toti elevii, scotându-se în evidenta

anumite date si legaturile dintre ele, precum si întrebarea problemei. Se vor scrie pe tabla si pe caiete datele problemei.

**2. În**t**elegerea enun**t**ului problemei**

Enuntul problemei contine un minim necesar de informatii. Pentru ca elevul sa poata

formula niste ipoteze si sa construiasca rationamentul rezolvarii problemei, este necesar sa

cunoasca si sa înteleaga problema. Datele si conditia problemei reprezinta termenii de orientare a ideilor, a analizei si sintezei, precum si a generalizarilor ce au loc treptat, pe masura ce se înainteaza spre solutie. Întrebarea problemei este directia în care trebuie sa se orienteze formularea ipotezelor. Prin citirea textului problemei, prin ilustrarea cu imagini sau chiar cu actiuni când este cazul, enuntul problemei este înteles de catre elevi.

**3. Analiza problemei** s**i întocmirea planului logic**

Este etapa în care se elimina aspectele care nu au semnificatie matematica si se elaboreaza reprezentarea matematica a enuntului problemei.

În aceasta etapa se construieste rationamentul prin care se rezolva problema. Prin

exercitiile de analiza a datelor, a semnificatiei lor, a legaturilor dintre ele si a celor existente între date si necunoscute se ajunge, prin depasirea situatiilor concrete pe care le prezinta problema, la nivelul abstract care vizeaza relatiile dintre parte si întreg; viteza, distanta si timp; cantitate, pret,

valoare; etc.

**Prin transpunerea problemei într-un desen**, într-o imagine sau într-o schema, prin scrierea relatiilor dintre ele într-o coloana, se va evidentia esenta matematica a problemei, adica reprezentarea matematica a continutului ei.

În momentul în care elevii au transpus problema în relatii matematice, prin efectuarea

operatiilor corespunzatoare succesiunii din planul logic de rezolvare, prin constientizarea

semnificatiei rezultatelor partiale care se obtin, solutia este descoperita.

**4. Organizarea** s**i redactarea întregii rezolv**a**ri a problemei**

Cunoscând metodele de rezolvare si calcul, se va trece în aceasta etapa la redactarea clara si într-o forma cât mai îngrijita, a întregii rezolvari a problemei.

**5. Activit**at**i suplimentare dup**a **rezolvarea problemei**

Aceasta etapa are o mare importanta în formarea abilitatilor, a priceperilor si deprinderilor

de a rezolva probleme, deoarece aici intra verificarea solutiei problemei, gasirea si a altor metode de rezolvare, cu alegerea celor mai elegante. Este deci etapa prin care se realizeaza si autocontrolul asupra felului în care s-a însusit enuntul problemei, asupra rationamentului realizat si a demersului de rezolvare parcurs.

La sfârsitul rezolvarii unei probleme, se indica categoria din care face parte problema, se

fixeaza algoritmii ei de rezolvare, se transpune rezolvarea problemei într-un exercitiu sau, dupa caz, în fragmente de exercitiu. Prin rezolvarea de probleme asemanatoare, prin compunerea de probleme cu aceleasi date sau cu date schimbate, dar rezolvabile dupa acelasi exercitiu, institutorul descopera cu elevii schema generala de rezolvare a unei categorii de probleme. Este o cerinta care nu duce la schematizarea, la fixitatea sau rigiditatea gândirii, ci dimpotriva, la cultivarea si educarea creativitatii, la antrenarea permanenta a gândirii elevilor.

 **Metode pentru rezolvarea problemelor de aritmetic**a

Metodele aritmetice se clasifica în doua categorii: **metode aritmetice fundamentale** sau

**generale** si **metode aritmetice speciale** sau **particulare**.

**I.) Metode aritmetice generale**

**Metodele aritmetice generale** se aplica într-o masura mai mare sau mai mica în rezolvarea tuturor problemelor. Utilizarea acestor metode se bazeaza cu deosebire pe operatiile de analiza si sinteza ale gândirii, motiv pentru care se numesc **metoda analitic**a si **metoda sintetic**a.

**I1.) Metoda analitic**a

**A examina o problem**a **prin metoda analitic**a înseamna a privi întâi problema în

ansamblu, apoi, pornind de la întrebarea ei, a o descompune în problemele simple din care e alcatuita si a orândui aceste probleme simple într-o succesiune logica astfel încât rezolvarea lor sa contribuie în mod convergent la formularea raspunsului pe care îl cere întrebarea problemei date.

Cu alte cuvinte, **metoda analitic**a reprezinta calea de abordare a problemei, plecând de la

cerinte spre date.

**Exemplu:**

Într-o întreprindere lucreaza doua echipe de strungari: prima cu 6 strungari, care strunjesc

câte 18 piese pe zi, a doua cu 7 strungari care strunjesc câte 16 piese pe zi. Sa se stabileasca valoarea pieselor executate într-o zi de cele doua echipe, stiind ca o piesa este evaluata în medie la 48 lei.

**Examinarea problemei:**

Pentru a afla valoarea totala a pieselor, cunoscând valoarea unitara, ar trebui sa se stie

numarul total al pieselor strunjite de cele doua echipe. În acest scop este necesar sa se afle

întâi numarul pieselor strunjite de prima echipa, apoi numarul de piese strunjite de a doua

echipa. Numarul pieselor strunjite de o echipa se poate afla utilizând datele problemei, si

anume înmultind numarul pieselor strunjite de un strungar cu numarul strungarilor din echipa.

Schematic, examinarea problemei prin metoda analitica se înfatiseaza astfel:

Detaliile stabilite analitic se sintetizeaza sub forma unui **plan de rezolvare** care cuprinde

enuntarea problemelor simple în care s-a descompus problema data si indica succesiunea acestor probleme în procesul de efectuare a calculelor:

Valoarea unei piese (48 lei)

Valoarea totala a pieselor

Numarul total de piese

Numarul pieselor strunjite de echipa I

Numarul pieselor strunjite de echipa II

Numarul strungarilor din echipa I

Numarul strungarilor din echipa II

Numarul pieselor executate de un strungar

Numarul pieselor executate de un strungar

1) Care este numarul pieselor strunjite de echipa I?

18 piese 6 = 108 piese

2) Care este numarul pieselor strunjite de echipa a II-a?

16 piese 7 = 112 piese

3) Care este numarul total de piese strunjite de cele doua echipe?

108 piese + 112 piese = 220 piese

4) Care este valoarea pieselor executate?

48 lei 220 = 10 560 lei.

**I2.) Metoda sintetic**a

**A examina o problem**a **prin metoda sintetic**a înseamna a orienta gândirea elevilor asupra datelor problemei, a grupa aceste date dupa relatiile dintre ele, astfel încât sa se formuleze cu aceste date toate problemele simple posibile si a aseza aceste probleme simple într-o succesiune

logica astfel alcatuite încât sa se încheie cu acea problema simpla a carei întrebare coincide cu întrebarea problemei date.

Pe scurt, **metoda sintetic**a reprezinta calea de abordare a problemei, plecând de la date

spre cerinte.

**Exemplu:**

Problema enuntata si studiata mai sus se examineaza prin metoda sintetica astfel:

1) Cunoscând numarul strungarilor din prima echipa si numarul pieselor strunjite de

fiecare, se afla numarul pieselor executate de întreaga echipa.

2) Analog pentru echipa a II-a.

3) Daca se afla câte piese au fost strunjite de prima echipa si câte de a doua, atunci se poate afla numarul total de piese strunjite de cele doua echipe.

4) Cunoscând numarul total de piese si valoarea medie a unei piese, se poate afla valoarea

lor totala.

Schema examinarii problemei prin metoda sintetica este urmatoarea:

În legatura cu cele doua metode generale de examinare a unei probleme, se mentioneaza

faptul ca procesul analitic nu apare si nici nu se produce izolat de cel sintetic, întrucât cele doua operatii ale gândirii se gasesc într-o strânsa conexiune si interdependenta, ele conditionându-se

Numarul strungarilor din echipa I

Numarul strungarilor din echipa II

Numarul pieselor executate de un strungar

Numarul pieselor executate de un strungar

Numarul pieselor strunjite de echipa I

Numarul pieselor strunjite de echipa II

Numarul total de piese

Valoarea unei piese (48 lei)

Valoarea totala a pieselor reciproc si realizându-se într-o unitate inseparabila. De aceea nu poate fi vorba de utilizarea în mod exclusiv a uneia sau alteia din aceste metode, în examinarea unei probleme intervenind ambele metode ca laturi separate ale procesului unitar de gândire, însa în anumite momente sau situatii una din ele devine dominanta. Astfel, descompunerea unei probleme compuse în problemele simple din care este alcatuita, constituie în esenta un proces de analiza, iar formularea planului de rezolvare, cu stabilirea succesiunii problemelor simple, constituie un proces de,sinteza. Din aceste motive, cele doua metode apar adeseori sub o denumire unica: **metoda** **analitico-sintetic**a.

**În practica** s-a demonstrat ca metoda sintetica este mai accesibila, dar nu solicita prea mult gândirea elevilor. Mai mult, se constata ca unii elevi pierd din vedere întrebarea problemei si sunt tentati sa calculeze valori de marimi care nu sunt necesare în gasirea solutiei problemei.

Metoda analitica pare mai dificila, dar solicita mai mult gândirea elevilor si folosind-o, îi ajuta pe copii sa priveasca problema în totalitatea ei, sa aiba mereu în atentie întrebarea problemei.

**II.) Metode aritmetice speciale**

Metodele aritmetice speciale sunt mai variate si difera de la o categorie de probleme la alta,

adoptându-se specificului acestora. Cele mai importante si mai frecvente sunt urmatoarele:

metoda figurativa sau grafica, metoda comparatiei, metoda falsei ipoteze, metoda mersului

invers.

În rezolvarea problemelor nu este întotdeauna eficienta aplicarea unei singure metode, fiind

necesara combinarea metodelor, în anumite etape ale rezolvarii, predominând una dintre ele.

Alteori orientarea se face dupa felul cum au fost rezolvate problemele înrudite, procedând

similar, adica aplicând metoda analogiei.

De asemenea, în afara de metodele mentionate mai sus, exista si alte metode speciale

aplicabile în rezolvarea unor anumite categorii de probleme, cum sunt problemele de: regula de trei simpla sau compusa, în rezolvarea carora se utilizeaza reducerea la unitate si metoda proportiilor, apoi problemele de împartire în parti proportionale, problemele cu procente, problemele de amestec si aliaj, problemele de miscare, problemele nonstandard, etc.

**Rezolvarea principalelor categorii de probleme aritmetice**

O prima clasificare a problemelor conduce la doua categorii: **probleme simple** (cele

rezolvabile printr-o singura operatie) si **probleme compuse** (cele rezolvabile prin cel putin doua operatii).

**Rezolvarea problemelor simple**

Specific clasei I este primul tip de probleme, a caror rezolvare conduce la o adunare sau

scadere din concentrele numerice învatate.

Rezolvarea acestora reprezinta, în esenta, solutionarea unor situatii problematice reale, pe

care copiii le întâlnesc sau le pot întâlni în viata, în realitatea înconjuratoare. Pe plan psihologic, rezolvarea unei probleme simple reprezinta un proces de analiza si sinteza în cea mai simpla forma. Problema trebuie sa cuprinda **date** (valori numerice si relatii între ele) si **întrebarea** **problemei** (ce se cere a fi aflat). La cea mai simpla analiza a întrebarii problemei se ajunge la date si la cea mai simpla sinteza a datelor se ajunge la întrebarea problemei. A rezolva în mod constient o problema simpla, înseamna a cunoaste bine punctul de plecare (datele problemei) si punctul la care trebuie sa se ajunga (întrebarea problemei), înseamna a stabili între acestea un drum rational, o relatie corecta, adica a alege operatia corespunzatoare, impusa de rezolvarea problemei.

**Predarea oricarui nou continut matematic** trebuie sa se faca, de regula, pornind de la o

situatie-problema care îl presupune. Si din acest motiv, abordarea problemelor trebuie sa înceapa suficient de devreme si sa fie suficient de frecventa pentru a sublinia (implicit, dar uneori si explicit) ideea ca matematica este impusa de realitatea înconjuratoare, pe care o reflecta si pe care o poate solutiona cantitativ.

În momentul în care elevii cunosc numerele naturale dintr-un anumit concentru si operatiile

de adunare/scadere cu acestea, introducerea problemelor ofera copiilor posibilitatea aplicarii necesare si plauzibile a tehnicilor de calcul, capacitatea de a recunoaste si discrimina situatiile care implica o operatie sau alta, precum si exersarea unei activitati specific umane: gândirea.

**Stabilirea operatiei corespunzatoare** constituie un proces de gândire dificil, fiind necesara

precizarea cazurilor care determina o anumita operatie, acest lucru realizându-se în urma unei analize pe cât mai multe cazuri particulare

Copiii întâmpina dificultati în rezolvarea problemelor simple, din pricina neîntelegerii

relatiilor dintre date (valori numerice), text si întrebare. Valorile numerice sunt greu legate de continut si de sarcina propusa în problema si pentru ca numerele exercita asupra copiilor o anumita fascinatie, care îi face sa ignore continutul problemei.

Un alt grup de dificultati apare din pricina limbajului matematic, de aceea, una dintre

sarcinile importante ale institutorului este aceea de a învata pe copii sa traduca textul unei

probleme în limbajul operatiilor aritmetice.

Având în vedere caracterul intuitiv-concret al gândirii micului scolar, primele probleme ce

se rezolva cu clasa vor fi prezentate într-o forma cât mai concreta, prin punere în scena, prin ilustrarea cu ajutorul materialului didactic si cu alte mijloace intuitive.

**Constientizarea elementelor componente ale problemei**, ca si notiunile de: problema,

rezolvarea problemei, raspunsul la întrebarea problemei le capata copiii cu ocazia rezolvarii

problemelor simple, când se prezinta în fata lor probleme vii, probleme-actiune, fragmente

autentice de viata. Scolarii mici trebuie mai întâi sa traiasca problema, ca sa învete sa o rezolve.

**În manualul clasei I, prezentarea problemelor se face gradat, trecând prin etapele**:

- probleme dupa imagini;

- probleme cu imagini si text;

- probleme cu text.

**Introducerea problemelor cu text** este conditionata si de învatarea de catre elevi a citirii/

scrierii literelor si cuvintelor componente.

**Manualul sugereaza si modalitatea** de redactare a rezolvarii unei probleme, urmând ca, în absenta unui text scris, institutorul sa-i obisnuiasca pe elevi sa scrie doar datele si întrebarea problemei. Dupa rezolvarea problemei, mentionarea explicita a raspunsului îi determina pe elevi sa constientizeze finalizarea actiunii, fapt ce va deveni vizibil si în caietele lor, unde acest raspuns va separa problema rezolvata de alte sarcini ulterioare de lucru (exercitii sau probleme).

**Desi rezolvarile de probleme simple par usoare**, institutorul trebuie sa aduca în atentia

copiilor toate genurile de probleme care se rezolva printr-o singura operatie aritmetica.

Problemele simple bazate pe **adunare** pot fi:

-de aflare a sumei a doi termeni;

-de aflare a unui numar mai mare cu un numar de unitati decât un numar dat;

-probleme de genul **cu atât mai mult**.

\_

Problemele simple bazate pe **sc**a**dere** pot fi:

-de aflare a restului;

-de aflare a unui numar care sa aiba cu un numar de unitati mai putine decât un numar dat;

-de aflare a unui termen atunci când se cunosc suma si celalalt termen al sumei;

-problemele de genul **cu atât mai pu**t**in**.

Problemele simple bazate pe **înmul**t**ire** sunt, în general:

-de repetare de un numar de ori a unui numar dat;

-de aflare a produsului;

-de aflare a unui numar care sa fie de un numar de ori mai mare decât un numar dat.

Problemele simple bazate pe **împ**a**r**t**ire** pot fi:

-de împartire a unui numar dat în parti egale;

-de împartire prin cuprindere a unui numar prin altul;

-de aflare a unui numar care sa fie de un numar de ori mai mic decât un numar dat;

-de aflare a unei parti într-un întreg;

-de aflare a raportului dintre doua numere.

**Rezolvarea problemelor compuse**

**Rezolvarea acestor probleme nu** înseamna, în esenta, rezolvarea succesiva a unor problem simple. Nu rezolvarea problemelor simple la care se reduce problema compusa constituie dificultatea principala într-o problema cu mai multe operatii, ci legatura dintre verigi, constituirea rationamentului. De aceea, este necesara o perioada de tranzitie de la rezolvarea problemelor simple (cu o operatie) la rezolvarea problemelor compuse (cu doua sau mai multe operatii). Se va porni astfel de la rezolvarea unor probleme alcatuite din succesiunea a doua probleme simple.

**În cadrul acestei activitati** elevii realizeaza mersul rationamentului si învata sa elaboreze

tactica si strategia rezolvarii prin elaborarea planului de rezolvare a problemei.

**Examinarea unei probleme compuse** se face, de regula prin metoda analitica sau sintetica.

**Cele doua metode** se pot folosi simultan sau poate sa predomine una sau alta, caz în care metoda care predomina îsi impune specificul asupra cailor care duc la gasirea solutiei. Atât o metoda, cât si cealalta constau în descompunerea problemei date în probleme simple care, prin rezolvare succesiva, duc la gasirea solutiei finale. Deosebirea dintre ele consta practic, în punctul de plecare al rationamentului.

**O data cu analiza logica a problemei** se formuleaza si planul de rezolvare. Planul trebuie

scris de institutor pe tabla si de elevi pe caietul lor, mai ales la rezolvarea primelor probleme, scopul fiind acela al formarii deprinderilor de a formula întrebari si pentru alte rezolvari de probleme.

**O atentie deosebita trebuie sa acorde institutorul problemelor** ce admit mai multe procedee de rezolvare. Si aceasta pentru ca prin rezolvarea lor se cultiva mobilitatea gândirii, creativitatea , se formeaza simtul estetic al scolarului. Adesea elevii nu observa de la început existenta mai multor cai de rezolvare. Institutorului, prin tactul lui pedagogic, prin analiza întreprinsa cu clasa, prin întrebari ajutatoare, trebuie sa-i determine pe elevi sa se gândeasca si la alte modalitati de rezolvare.

**Metode speciale de rezolvare a problemelor de matematic**a

**Metoda figurativ**a **sau grafic**a

**Metoda artitmetica**, care pentru reprezentarea marimilor din problema si a relatiilor dintre

ele utilizeaza elemente grafice sau desene si scheme se numeste **metod**a **figurativ**a.

În aplicarea acestei metode se poate face apel la orice categorie de elemente grafice sau

combinatii ale acestora cu conditia ca ele sa fie adecvate naturii datelor problemei si specificului

lor**. Astfel, se pot întâlni:**

-desene care reprezinta actiunea problemei si partile ei componente (pentru clasele mici);

-figuri geometrice diferite: segmentul de dreapta, triunghiul, dreptunghiul, patratul, cercul;

-figurarea schematica a relatiilor matematice dintre datele problemei;

-diverse semne conventionale, unele obisnuite, altele stabilite de comun acord cu elevii;

-litere si combinatii de litere;

-elemente grafice simple: puncte, linii, ovale, cerculete, etc.

**Metoda figurativa** ajuta la formarea schemei problemei, la concentrarea asupra tuturor

conditiilor problemei.

**În rezolvarea unei probleme care face apel la aceasta metoda**, sprijinul se face pe

rationament, folosind întelesul concret al operatiilor.

**Metoda figurativa** este situata pe primul loc în ceea ca priveste utilitatea ei, datorita

**avantajelor** pe care le prezinta. Astfel:

-are caracter general, utilizându-se la orice categorii de probleme în care se preteaza

figurarea si pe diferite trepte ale scolarizarii;

-are caracter intuitiv, întelegerea relatiilor dintre datele problemei facându-se pe baza

imaginilor vizuale, uneori intervenind actiunea directa, miscarea si transpunerea acesteia pe plan mintal;

-prin dimensiunile elementelor figurative si prin proportiile dintre ele se creeaza variate

modalitati de stabilire a relatiilor cantitative dintre diferitele valori ale marimilor, se sugereaza

aceste relatii, se pun în evidenta.

**Metoda compara**t**iei**

**Metoda compara**t**iei** consta în a face ca una dintre cele doua marimi sa aiba aceeasi

valoare si în acest mod problema se simplifica, devenind cu o singura necunoscuta. Într-o astfel de problema, asezarea datelor se face prin respectarea relatiilor stabilite între marimi si astfel încât comparatia dintre valorile aceleiasi marimi sa fie pusa în evidenta în mod direct, asezând valorile de acelasi fel unele sub altele.

Procedeul aritmetic de rezolvare a unor astfel de probleme duce la eliminarea uneia dintre

marimi prin reducere, adica prin adunare sau scadere. Daca valorile aceleiasi marimi sunt egale prin enuntul problemei, reducerea este imediata prin scaderea relatiilor respective. Daca din enuntul problemei nu rezulta valori egale, atunci apare necesitatea aducerii la acelasi termen de comparatie.

**Metoda falsei ipoteze**

Problemele din aceasta categorie sunt foarte numeroase. Prin aceasta metoda poate fi

rezolvata orice problema ale carei date sunt marimi proportionale.

**Metoda falsei ipoteze** este metoda aritmetica prin care rezolvarea unei probleme are loc pe baza unei presupuneri, a unei ipoteze, confruntând apoi situatia reala cu cea creata prin

introducerea datelor ipotetice. Numele metodei se justifica prin faptul ca ipoteza care se face nu corespunde decât întâmplator cu rezultatul problemei. Ea se utilizeaza în toate cazurile în care, prin ipotezele care se fac, se poate ajunge la stabilirea relatiilor dintre datele problemei si deci la rezolvarea ei.

De regula, se pleaca de la întrebarea problemei, în sensul ca asupra marimii care se cauta se face o presupunere complet arbitrara. Se reface apoi problema pe baza presupunerii facute.

Deoarece marimile sunt proportionale, rezultatele obtinute pe baza presupunerii se translateaza în plus sau în minus, dupa cum presupunerea facuta este mai mica, respectiv mai mare decât rezultatul real. Refacând, asadar, problema, se ajunge la un rezultat care nu concorda cu cel real din problema. El este fie mai mare, fie mai mic decât acesta. În acest moment se compara rezultatul pe baza presupunerii, cu cel real din punct de vedere al câtului si se observa de câte ori s-a gresit când s-a facut presupunerea. Se obtine, asadar, un numar cu ajutorul caruia se corecteaza presupunerea facuta, în sensul ca se micsoreaza sau se mareste de acest numar de ori.

**Metoda** are si unele variante de aplicare, dar, în principiu, ea ramâne cea descrisa mai sus.

Problemele care se rezolva prin aceasta metoda se pot clasifica în doua categorii, în functie

de numarul ipotezelor care sunt necesare, pentru orientarea rationamentului si determinarea

rezultatelor:

1) **Probleme de categoria I** pentru rezolvarea carora este suficienta o singura ipoteza;

2) **Probleme de categoria a II-a**, pentru rezolvarea carora sunt necesare doua sau mai

multe ipoteze succesive.

**8.5.3.4. Metoda mersului invers**

Prin **metoda mersului invers** se rezolva aritmetic anumite probleme în care elementul

necunoscut apare în faza de început a sirului de calcule care se impun. Aceasta **metod**a de rezolvare a problemelor de aritmetica se numeste a **mersului invers**, deoarece operatiile se reconstituie în sens invers actiunii problemei, adica de la sfârsit spre început, fiecarei operatii corespunzându-i inversa ei. Metoda mersului invers se aplica atât în rezolvarea exercitiilor numerice care contin necunoscuta, cât si în rezolvarea problemelor care se încadreaza în tipul respectiv, adica în care datele depind unele de altele succesiv, iar enuntul respectivei probleme trebuie urmarit de la sfârsit spre început si în fiecare etapa se face operatia inversa celei aparute în problema. Deci, nu numai mersul este invers, ci si operatiile care se fac pentru rezolvare sunt inverse celor din problema.

**Proba** se face aplicând asupra numarului gasit operatiile indicate în enuntul problemei.

**Regula de trei simpl**a

**Regula de trei simpl**a reprezinta o schema de asezare a datelor si de utilizare a acestor

date în orientarea si desfasurarea procesului de gândire care intervine în examinarea si rezolvarea unor probleme cu marimi proportionale.

În problemele care se rezolva prin regula de trei simpla intervin doua marimi direct sau

invers proportionale, fiecare marime cu câte o pereche de valori, una din aceste valori fiind

necunoscuta. Prin urmare, în aceasta categorie de probleme se dau trei valori cu ajutorul carora se gaseste cea de-a patra valoare, fapt care justifica numele pe care îl poarta: **regula de trei**.

Se considera marimile X, Y, cu perechile de valori x1, x2, respectiv y1, y2, corespunzatoare,

în asa fel încât:

valorii x1 X îi corespunde valoarea y1 Y

valorii x2 X îi corespunde valoarea y2 Y

una din cele 4 valori fiind necunoscuta.

Daca marimile X, Y sunt direct proportionale, se poate scrie:

proportii în care termenul necunoscut reprezinta cel de-al patrulea proportional si se poate afla ca

atare.

Daca marimile X, Y sunt invers proportionale, se poate scrie:

Din cele de mai sus rezulta ca pentru rezolvarea problemelor prin regula de trei simpla este

suficient sa se aseze datele conform acestei reguli, iar în rezolvare si calcul sa se utilizeze

**metoda propor**t**iilor** (aflarea celui de-al patrulea proportional).

Dar metoda care se utilizeaza cu deosebire în rezolvarea problemelor prin regula de trei simpla

este **metoda reducerii la unitate.**

**Rezolvarea problemelor prin mai multe c**a**i, verificarea solu**t**iei aflate** s**i**

**scrierea formulei numerice**

În munca cu elevii, **rezolvarea problemelor prin mai multe c**a**i** constituie o modalitate de

dezvoltare a gândirii logice, creatoare. Aceasta activitate impulsioneaza elevii la cautarea unor solutii originale. Important este ca ei sa înteleaga în mod constient toate modalitatile de rezolvare, sa le explice si apoi sa le reproduca.

**Verificarea (proba) solu**t**iei** aflate pentru o problema data este foarte importanta pentru

realizarea scopului formativ, pentru dezvoltarea creativitatii gândirii elevilor.

În general, **proba** se face **pe dou**a **c**a**i principale**:

1) înlocuind rezultatele aflate, în continutul problemei; în acest caz, elevul trebuie sa

poata încadra rezultatele (numerele) aflate în enuntul problemei si sa poata verifica

conditionarea lor astfel ca sa obtina datele (numerele) initiale;

2) rezolvând problema în doua sau mai multe moduri; în acest caz, elevul trebuie sa obtina

acelasi rezultat prin toate caile de rezolvare, pentru a putea trage concluzia ca solutia

problemei este buna. Acest procedeu este mai eficient din punct de vedere al antrenarii

elevului la munca independenta, creatoare.

**Complicarea problemei** prin introducerea de noi date, sau prin modificarea întrebarii

contribuie în mare masura la dezvoltarea flexibilitatii si creativitatii gândirii.

**Formula numeric**a (sau literala) pentru rezolvarea unei probleme constituie un alt mijloc

de stimulare a gândiri logice a elevilor, adesea folosit în activitatea de rezolvare a problemelor, este transpunerea rezolvarii unei probleme sub forma unui singur exercitiu, folosind datele problemei, sau înlocuindu-le cu litere, indiferent daca este sau nu încadrata într-o problema tipica.

O asemenea activitate cu elevii este o munca de creatie, de gândire, de stabilire de legaturi

logice, pentru a putea pune sub forma unui singur exercitiu, ceea ce de fapt se realizeaza în mai multe etape, prin exercitii distincte.

Daca se înlocuiesc numerele din exercitiu (datele problemei) prin litere, atunci procesul

devine complet prin generalizare.

Elevii trebuie facuti sa înteleaga, ca în formula numerica a problemei se folosesc datele

cunoscute ale acesteia, sau operatiile prin care s-au aflat necunoscutele, folosindu-se la nevoie parantezele rotunde, patrate sau acolade. În alcatuirea exercitiului trebuie sa se tina cont de ordinea operatiilor din probleme, de ordinul operatiilor care apar (ordinul I, ordinul II), ca si de proprietatile operatiilor (comutativitate, asociativitate).

Rezolvarea exercitiului trebuie sa conduca la rezultatul problemei. În caz contrar, fie s-a

gresit rezolvarea problemei, fie ca s-a alcatuit sau rezolvat gresit exercitiul.

Câmpul de aplicabilitate al acestei activitati creatoare, este deschis aproape la orice lectie

unde se rezolva probleme.

**Activitatea de compunere a problemelor de c**a**tre elevi**

**Compunerea problemelor de catre elevi** ofera terenul cel mai fertil din domeniul

activitatilor matematice pentru cultivarea si **educarea creativit**at**ii** s**i a inventivit**at**ii**.

Activitatea de rezolvare a exercitiilor si problemelor se întrepatrunde si se completeaza

reciproc cu activitatea de compunere a problemelor.

Rezolvarea unei probleme învatate ofera mai putin teren pentru creativitate decât

rezolvarea unor probleme noi, care, la rândul ei, este depasita de activitatea de compunere a unor noi probleme.

Creativitatea gândirii, miscarea ei libera, nu se poate obtine decât pe baza unor depinderi

corect formate. În activitatea de rezolvare a problemelor, deprinderile si abilitatile se refera în special la analiza datelor, la capacitatea de a întelege întrebarea problemei si a orienta întreaga desfasurare a rationamentului în directia gasirii solutiei problemei.

**Prin compuneri de probleme**, elevii sesizeaza legatura care exista între exercitii si

probleme, deoarece în procesul formularii unei probleme, elevii au în minte si planul de

rezolvare.

**Activitatea de compunere a problemelor** prin munca independenta, în clasa si acasa,

reprezinta un mijloc eficient de dezvoltare a spiritului de independenta si creativitate si începe imediat ce elevi au înteles conceputul de problema. Este o activitate complexa, elevul fiind obligat sa respecte cerinta propusa si în raport cu aceasta sa elaboreze textul al carui rationament sa conduca la rezolvarea primita.

Criteriile care determina complexitatea acestui gen de activitate sunt aceleasi ca la

activitatea rezolutiva: stapânirea tehnicilor de calcul, deprinderea de a realiza rationamente

logice, vocabular bogat, capacitatea de a selecta din multitudinea de cunostinte dobândite, pe acelea care conduc la elaborarea textelor cu continut realist. Se pot compune si crea probleme în numeroase forme, într-o succesiune gradata:

**1. Compunerea de probleme dup**a **obiecte concrete, tablouri** s**i imagini**

Primele probleme create de elevi sunt asemanatoare cu cele ale institutorului rezolvate de

ei în clasa, prin folosirea de obiecte.

Se trece apoi la fraza semiconcreta, când se folosesc reprezentarile obiectelor si, în locul

ghiozdanelor, creioanelor, etc., se folosesc jetoane cu acestea.

Dupa ce elevii s-au obisnuit sa creeze probleme pe baza intuitiva, li se cere sa le alcatuiasca pe baza datelor scrise pe tabla.

Se urmareste ca elevii sa înteleaga interdependenta dintre enunt si întrebare.

**2. Compunerea unei probleme dup**a **modelul unei probleme rezolvate anterior**

**3. Completarea întreb**a**rii unei probleme**

De la primele semne scrise se insista asupra separarii întrebarii de continut. În vederea

formarii si dezvoltarii deprinderii de a întelege cele doua parti ale problemei: enuntul si întrebarea, s-au compus probleme din enuntul dat, fie când acestuia îi lipsea întrebarea, fie având întrebarea si lipsind continutul. La acelasi enunt pot fi puse doua sau mai multe întrebari.

Separarea întrebarii de enunt si retinerea ei cu claritate este o secventa foarte importanta în

rezolvarea problemelor.

Elevul trebuie orientat spre finalitatea fireasca: aflarea raspunsului la întrebare. Formularea

întrebarii este un pas înainte si presupune din partea elevilor o vedere analitica asupra întregii probleme.

Se poate da apoi o problema la care întrebarea este gresita. Dupa ce se rezolva problema, se cere sa se schimbe enuntul problemei astfel încât sa fie buna întrebarea.

**4. Compunerea problemelor dup**a **scheme sau dup**a **desene**

Compunerea problemelor dupa scheme simple si apoi mai complicate ofera posibilitatea

elevilor de a-si forma deprinderi solide de formulare a problemelor.

**5. Probleme de completare a datelor când se cunoa**s**te întrebarea**

Nu toti elevii vor reusi sa completeze corect datele problemei. Cei mai multi îsi aleg

numere formate din zeci si unitati, dar întâmpina greutati în rezolvare având calcule cu trecere peste ordin. Vor fi probabil si elevi care aleg la întâmplare datele problemei, fara sa gândeasca ce operatii au de facut cu ele.

**6. Compunerea problemelor cu indicarea opera**t**iilor matematice ce trebuie efectuate**

Se porneste de la compuneri de probleme dupa exercitii simple, formulate de elevi sub

îndrumarea institutorului si apoi independent.

Daca elevii stiu sa alcatuiasca corect si cu usurinta probleme dupa o singura operatie, li se

poate cere apoi sa compuna probleme indiferent de numarul de operatii.

Un accent deosebit trebuie pus pe formularea unor probleme compuse, care ridica

probleme deosebite.

Dupa ce elevii stapânesc bine compunerea problemelor dupa formule numerice, se va trece

la compunerea lor dupa formule literale. Formulele literale dau posibilitatea elevului sa-si aleaga singur numerele si domeniul.

**7. Compunerea de probleme dup**a **un plan stabilit**

În momentul în care elevii stiu sa rezolve corect si constient problemele compuse pe baza

de plan, se poate da elevilor un plan de rezolvare, dupa care sa alcatuiasca o problema. Înainte de a formula problema, se analizeaza despre ce se vorbeste în problema, ce contin întrebarile, cedate numerice se folosesc.

**8. Compunerea problemelor cu început dat**

**9. Compunerea de probleme cu m**a**rimi date, cu valori numerice date**

**10. Probleme cu date incomplete**

Unii elevi vor sesiza imediat lipsa unei date, altii însa îsi vor da seama de acest lucru numai

când se vor apuca de lucru.

**11. Probleme cu date suplimentare**

Aceste probleme solicita gândirea elevilor, dezvolta atentia si-i depisteaza pe cei care

lucreaza mecanic, fara sa analizeze suficient datele problemei.

**12. Compunerea de probleme cu corectarea con**t**inutului** s**i modificarea datelor**

Elevii vor fi solicitati sa confrunte datele problemei si vor observa greselile sau

incorectitudinea întrebarii. Ei pot corecta enuntul problemei în mai multe variante.

**13. Probleme cu mai multe solu**t**ii** s**i probleme f**a**r**a **solu**t**ie**

Viata, realitatea, demonstreaza ca nu toate situatiile - problema care se întâlnesc au o

solutionare unica sau sunt unic determinate. Majoritatea admit mai multe solutii (conducând la alta problema: aceea a alegerii variantei optime de rezolvare, în functie de conditiile date), iar altele nu admit solutii.

Cum matematica trebuie sa modeleze realitatea, este necesar a introduce si pentru elev astfel de probleme, cu solutii multiple sau fara solutie. Se ofera astfel multor elevi posibilitatea sa-si prezinte propria rezolvare (corecta), se obisnuiesc cu existenta unor astfel de probleme, sau a unor probleme de decizie (alegerea solutiei celei mai convenabile, dintr-un anumit punct de vedere). Dupa rezolvarea unei astfel de probleme, institutorul trebuie sa aiba o interventie centralizatoare, enumerând solutiile gasite (eventual ordonându-le dupa un anumit criteriu), sistematizându-le (pentru a oferi certitudinea ca nu au fost omise solutii), propunând alegerea celei mai bune solutii (în anumite conditii si dintr-un anumit punct de vedere), contribuind la elucidarea situatiei.

În elaborarea textului unei probleme este necesar ca institutorul sa utilizeze date în

concordanta cu realitatea, mijloace si procedee care sa ofere elevilor împrejurari de viata

corespunzatoare, actiuni veridice, sa stabileasca între datele problemei relatii matematice

corespunzatoare.

În activitatea de compunere a problemelor trebuie sa se tina seama de posibilitatile elevilor,

prin sarcini gradate, trecându-se treptat de la compunerea libera la cea îngradita de cerinte din ce în ce mai restrictive.

Institutorul are sarcina sa conduca aceasta activitate prin indicatii clare, prin exemple

sugestive, prin cerinte rationale, sa canalizeze gândirea si atentia elevilor prin asocieri din ce în ce mai putin întâmplatoare. În acelasi timp trebuie sa-i faca pe elevi sa aiba încredere în ei, sa le

stimuleze eforturile intelectuale, sa le educe calitatile moral-volitive, sa le dezvolte interesul si sensibilitatea, sa fie receptivi la situatiile problematice cu continut matematic.

Posibilitatile intelectuale ale elevilor permit rezolvarea unor probleme de dificultate, în masura în care ei dispun de o anumita experienta si de competente necesare activitatii de rezolvare a problemelor. Rezolvarea problemelor cu variante constituie un exercitiu de cultivare a flexibilitatii gândirii, cu conditia de a face din aceasta activitate un antrenament sistematic si permanent.

Este de dorit ca periodic sa se faca investigatii în rândul elevilor pentru stabilirea nivelului

lor de cunoastere, pentru constatarea gradului de competenta în rezolvarea si compunerea

problemelor de matematica, pentru depistarea la timp a eventualelor ramâneri în urma la

învatatura, pentru a asigura progresul fiecarui elev în parte.

Se recomanda, de asemenea, ca atât compunerea problemelor, cât si rezolvarea acestora sa se faca si în situatii de joc didactic. Competitia generata de joc va contribui nu numai la

activizarea intelectuala a copiilor, cât si la formarea personalitatii lor. S-ar putea gasi, crea si folosi o multime de forme si procedee, cum ar fi:

-care echipa compune prima, corect si frumos, o problema dupa anumite cerinte;

-o echipa sa formuleze continutul problemei si cealalta întrebarea, iar rezolvarea ei sa se

faca de ambele echipe simultan;

-sa se gaseasca de catre fiecare echipa cât mai multe întrebari la un continut dat, sau mai

multe metode de rezolvare a unei probleme date sau compuse;

-sa se elimine dintr-un enunt datele de prisos, sau sa se corecteze un enunt formulat

intentionat gresit, etc.

Este necesar ca în activitatea de compunere a problemelor, institutorul sa aiba permanent în atentie îmbunatatirea continua a exprimarii corecte a copiilor, atât din punct de vedere mathematic cât si gramatical, îmbogatirea vocabularului matematic, cresterea continua a volumului lor de cunostinte, de transfer si de folosire a acestora în practica.

Compunerea de probleme la clasele I-IV poate constitui o premisa reala si eficienta pentru

o viitoare munca de cercetare, pentru activitatea ulterioara de creatie si cu siguranta o modalitate sigura de sporire a rolului formativ al învatamântului matematic din ciclul primar, în strânsa corelatie cu celelalte discipline de învatamânt.