**Metodologia pred**a**rii-înv**ata**rii adun**a**rii** s**i sc**a**derii numerelor naturale**

**Adunarea** s**i sc**a**derea numerelor naturale în concentrul 0-10**

În scopul formarii notiunii de **adunare** se porneste de la operatii cu multimi de obiecte

concrete (etapa perceptiva), dupa care se trece la efectuarea de operatii cu reprezentari ce au tendinta de a generaliza (etapa reprezentarilor), pentru ca, în final, sa se poata face saltul la conceptul matematic de adunare (etapa abstracta).

Introducerea operatiei de adunare se face folosind reuniunea a doua multimi disjuncte.

**În etapa concreta**, elevii formeaza, de exemplu, o multime de braduti ninsi cu 3 elemente

si a multime de braduti albi cu 4 elemente. Reunindu-se cele doua multimi de braduti se

formeaza o multime care are 7 braduti: ninsi sau albi. Se repeta apoi actiunea folosind alte

obiecte (de exemplu, baloane, betisoare, flori, creioane s.a.), pâna ce elevii constientizeaza ca

reunind o multime formata din 3 obiecte cu o alta multime formata din 4 obiecte (indiferent ce sunt acestea) se obtine o multime formata din 7 obiecte. În aceasta etapa, actiunea elevului

vizeaza numaratul sau compunerea unui numar, date fiind doua componente.

**Etapa a doua, semiabstracta**, este caracterizata de utilizarea reprezentarilor simbolice, cum ar fi:

În aceasta etapa se introduc semnele grafice “+” si “=”, explicându-se ce reprezinta fiecare

si se insista pe faptul ca acestea se scriu doar între numere.

**În etapa a treia, abstracta**, dispare suportul intuitiv, folosindu-se doar numerele.

În aceasta etapa se introduce terminologia specifica (**termeni, sum**a**/total**) si se scot în

evidenta proprietatile adunarii (**comutativitate, asociativitate**, existenta **elementului neutru**), fara utilizarea acestor termeni si cu apelare la intuire, ori de câte ori este necesar. Tot în aceasta etapa se poate sublinia reversibilitatea operatiei, prin scrierea unui numar ca suma de doua numere (**descompunerea** numarului). Acest tip de solicitare conduce la dezvoltarea creativitatii elevului care, în urma unui rationament probabilistic, trebuie sa gaseasca toate solutiile posibile, anticipând, în acelasi timp, operatia de scadere.

**Sc**a**derea** se introduce folosind operatia de diferenta dintre o multime si o submultime a sa

(complementara unei submultimi).

**În prima etapa concreta**, dintr-o multime de obiecte ce au o proprietate comuna se elimina

o submultime de obiecte si se precizeaza câte obiecte ramân în multime. Actiunea mentala a

elevului vizeaza numaratul sau descompunerea unui numar în doua componente, data fiind una dintre acestea.

**Etapa a doua, semiabstracta**, este caracterizata de utilizarea reprezentarilor simbolice, cum ar fi:

3

3 + 4 = 7 3 + 4 = 7

4

3 4

7 − 3 = 4

7 − 3 = 4

În aceasta etapa se introduce semnul grafic “−“ explicându-se ce reprezinta si se precizeaza

ca acesta se scrie doar între numere.

**În etapa a treia abstracta**, în care se folosesc doar numerele, se introduce terminologia

specifica (**desc**a**zut, sc**a**z**a**tor, rest/diferen**ta) si se evidentiaza proprietatile scaderii numerelor naturale (operatia este posibila doar daca descazutul este mai mare sau egal cu scazatorul; în cazul egalitatii, restul este zero), si se compara cu proprietatile adunarii (scaderea nu este comutativa) si subliniind faptul ca, la adunare, rezultatul (suma) este mai mare decât oricare dintre numerele care se aduna (termeni), iar la scadere, rezultatul (diferenta) este mai mic decât descazutul.

Legatura dintre adunare si scadere trebuie subliniata prin realizarea probei fiecareia

dintre cele doua operatii: la adunare, se scade din suma unul din termeni si trebuie sa se

obtina cel de-al doilea termen, iar la scadere, se aduna diferenta cu scazatorul si trebuie sa se obtina descazutul. De asemenea, aceste relatii se evidentiaza si în cazul aflarii unui termen

necunoscut la adunare sau scadere, eliminând ghicirea, ce apeleaza la memorie sau

procedeul încercare-eroare.

Întelegerea acestor aspecte implica în clasele urmatoare si formarea capacitatii elevilor de a

utiliza terminologia: **mai mult cu…, mai pu**t**in cu…**, ce vor sta la baza rezolvarii problemelor

simple.

Rezolvarea unor situatii-problema (îndeosebi ilustrate cu material didactic concret sau

prin imagini, dar si prezentate oral) ce conduc la una dintre cele doua operatii se realizeaza

frecvent, înca înainte de abordarea conceptului restrâns de **problem**a din matematica. Si prin aceste situatii-problema poate fi valorificata legatura dintre cele doua operatii, anticipând cunoasterea faptului ca din orice problema de adunare se pot obtine doua probleme de scadere.

De exemplu, o imagine ce reprezinta un lac pe care plutesc 5 nuferi, iar pe mal sunt alti 4

nuferi, poate fi exploatata maximal (din punct de vedere matematic) prin formulari de tipul:

-Pe lac sunt 5 nuferi, iar pe mal sunt 4 nuferi.

Câti nuferi sunt în total?

-Pe lac au fost 9 nuferi, iar 4 dintre ei au fost culesi.

Câti nuferi au ramas pe lac?

-Pe lac au fost 9 nuferi, dar acum sunt doar 5.

Câti nuferi au fost culesi?

**Adunarea** s**i sc**a**derea numerelor naturale în concentrul 0-20**

Teoria referitoare la predarea-învatarea celor doua operatii în concentrul 0-10 ramâne

valabila, în esenta, si în noul concentru numeric, largindu-se prin abordarea unor probleme

metodice specifice acestui concentru.

În **predarea adun**a**rii numerelor naturale mai mici decât 20** se pot distinge urmatoarele

cazuri:

**-adunarea num**a**rului 10 cu un num**a**r de unit**at**i (mai mic decât 10);**

Acest caz nu ridica probleme metodice deosebite, dat fiind si faptul ca se coreleaza cu

problematica formarii numerelor naturale mai mari decât 10 (*zecea* si un numar de unitati),

abordata anterior, la numeratie.

**-adunarea unui num**a**r format dintr-o zece** s**i din unit**at**i cu un num**a**r format din**

**unit**at**i (f**a**r**a **trecere peste 10);**

În acest caz, este necesar ca elevii se aiba deprinderile de a aduna corect si rapid numere

mai mici decât 10 si de a descompune numarul mai mare decât 10 într-o zece si unitati, precum si priceperea de a actiona numai cu unitatile celor doua numere, iar la final, sa revina la primul caz.

Din punct de vedere metodic este necesara o actiune directa, demonstrativa, apoi, de oricâte ori este necesar, individuala, cu obiectele, actiuni ce se vor reflecta în pasii algoritmului:

-descompunerea primului numar în 10 si unitati;

-adunarea unitatilor celor doua numere (cu suma mai mica sau egala cu 10);

-compunerea rezultatului din 10 si suma unitatilor.

**-adunarea a dou**a **numere mai mici decât 10** s**i a c**a**ror sum**a **este mai mare decât 10**

**(cu trecere peste 10);**

Pentru întelegerea acestui caz, elevii trebuie sa aiba capacitatea de a forma *zecea*, ca suma

a doua numere, dintre care unul este dat (gasirea **complementului** unui numar dat în raport cu 10), priceperea de a descompune convenabil un numar mai mic decât 10 si deprinderea de a efectua adunarea zecii cu un numar de unitati.

**Pasii algoritmului sunt:**

-cautarea unui numar care, adunat cu primul termen conduce la suma 10;

-descompunerea convenabila a celui de-al doilea termen (una dintre componente

fiind numarul gasit anterior);

-adunarea zecii cu cealalta componenta a celui de-al doilea termen.

În **predarea sc**a**derii numerelor naturale mai mici decât 20**, se pot distinge urmatoarele

cazuri:

**-desc**a**zutul este cuprins între 10** s**i 20, iar sc**a**z**a**torul este mai mic decât unit**at**ile**

**desc**a**zutului;**

Predarea acestui caz nu ridica probleme metodice deosebite, daca elevii observa ca este

suficienta scaderea unitatilor, zecea ramânând neatinsa.

**-desc**a**zutul este cuprins între 10** s**i 20, iar sc**a**z**a**torul este 10;**

Nici acest caz nu prezinta dificultati metodice, daca elevii observa ca este suficienta

scaderea zecii, unitatile ramânând neschimbate.

**-atât desc**a**zutul, cât** s**i sc**a**z**a**torul sunt cuprinse între 10** s**i 20;**

Acest caz reprezinta o combinatie a celorlalte doua si rezolvarea sa este reductibila la

descompunerea celor doua numere (în câte o zece si unitati), scaderea unitatilor de acelasi fel (zece-zece si unitati-unitati) si aditionarea rezultatelor.

-**desc**a**zutul este 20 iar sc**a**z**a**torul este mai mic decât 10;**

În acest caz este necesara dezlipirea unei zeci si transformarea ei în 10 unitati, urmata de

scaderea din acestea a unitatile scazatorului.

-**desc**a**zutul este 20 iar sc**a**z**a**torul este cuprins între 10** s**i 20;**

Acest caz este o generalizare a celui anterior, fiind necesara în plus scaderea zecilor.

**-desc**a**zutul este cuprins între 10** s**i 20, iar sc**a**z**a**torul, mai mic decât 10, este mai mare**

**decât unit**at**ile desc**a**zutului;**

Acest caz este cel mai dificil pentru elevi si poate fi rezolvat prin mai multe procedee.

Un prim procedeu cuprinde:

-scaderea pe rând a unitatilor scazatorului din descazut - cu sprijin în obiecte;

**Un al doilea procedeu revine la:**

-descompunerea descazutului într-o zece si unitati;

-descompunerea scazatorului astfel încât una dintre componente sa fie egala cu unitatile

descazutului;

-scaderea acestei componente a scazatorului din unitatile descazutului;

-scaderea din zecea descazutului a celeilalte componente a scazatorului.

**Un al treilea procedeu cuprinde:**

-descompunerea descazutului într-o zece si unitati;

-scaderea din zecea descazutului a unitatilor scazatorului;

-adunarea acestui rest cu unitatile descazutului.

Prezentarea acestor procedee trebuie realizata cu material didactic, analizând fiecare pas si

apoi sintetizând procedeul pe toti pasii în ansamblu.

**Adunarea** s**i sc**a**derea numerelor naturale în concentrul 0-100**

Predarea operatiilor de adunare si scadere în concentrul 0-100, trebuie sa urmareasca

însusirea de catre elevi a urmatoarelor idei:

-calculul în acest concentru se realizeaza în acelasi mod ca si în concentrul 0-20;

-orice numar mai mare decât 10 se descompune în zeci si unitati;

-zecea este o noua unitate de calcul;

-operatiile se realizeaza cu unitatile de acelasi fel (unitati, zeci), asamblând apoi rezultatele

partiale;

-10 unitati se restrâng într-o zece, iar o zece se poate transforma în 10 unitati (echivalenta

dintre 10 unitati si o zece);

-calculul este mai usor de efectuat în scris (scrierea pe verticala, cu unitati sub unitati si

zeci sub zeci).

În **predarea adun**a**rii numerelor naturale mai mici decât 100**, se disting urmatoarele

cazuri:

**-adunarea a dou**a **numere formate numai din zeci;**

În acest caz, institutorul trebuie sa sublinieze ca zecile sunt si ele unitati de calcul, asadar

se va opera cu ele ca si cu unitatile.

**-adunarea unui num**a**r format numai din zeci cu un num**a**r mai mic decât 10;**

Nici acest caz nu ridica probleme metodice deosebite, deoarece are legatura cu problematica

formarii numerelor.

**-adunarea unui num**a**r format numai din zeci cu un num**a**r format din zeci** s**i unit**at**i;**

În acest caz, algoritmul operatiei presupune:

-descompunerea celui de al doilea numar în zeci si unitati;

-adunarea zecilor celor doua numere;

-adunarea la aceasta suma a unitatilor celui de-al doilea numar.

**-adunarea unui num**a**r format din zeci** s**i unit**at**i cu un num**a**r mai mic decât 10, f**a**r**a

**trecere peste ordin;**

Se distinge de cazul anterior prin aceea ca se aduna unitatile celor doua numere, adunând

apoi si zecile primului numar.

**-adunarea a dou**a **numere formate fiecare din zeci** s**i unit**at**i, f**a**r**a **trecere peste ordin;**

**În acest caz pasii algoritmului sunt:**

-descompunerea fiecarui numar în zeci si unitati;

-adunarea zecilor celor doua numere, respectiv a unitatilor;

-adunarea celor doua sume partiale.

**-adunarea a dou**a **numere formate fiecare din zeci** s**i unit**at**i, având suma unit**at**ilor 10;**

În acest caz suma unitatilor se restrânge într-o zece, care se va aduna cu suma zecilor celor

doua numere.

**-adunarea unui num**a**r format din zeci** s**i unit**at**i cu un num**a**r mai mic decât 10, cu**

**trecere peste ordin;**

În acest caz din suma unitatilor se separa o zece, care se va aduna cu zecile primului numar

si unitatile ramase se vor aduna la suma zecilor.

**-adunarea a dou**a **numere formate fiecare din zeci** s**i unit**at**i, cu trecere peste ordin;**

În acest caz din suma unitatilor celor doua numere (mai mare decât 10) se separa o zece,

care se va aduna sumei zecilor celor doua numere, iar unitatile ramase se vor aduna la zecile

obtinute.

**Metodologia pred**a**rii sc**a**derii** este asemanatoare cu cea a adunarii prezentata mai sus.

**Adunarea** s**i sc**a**derea numerelor naturale mai mari decât 100**

Acest caz nu ridica probleme metodice deosebite, în situatia în care elevii stapânesc

algoritmii celor doua operatii, pe care i-au învatat în concentre numerice mai mici. Singura

diferenta este data de ordinul de marime al numerelor, dar acest lucru nu modifica structura

algoritmilor. Bineînteles, pe lânga zecea cu care s-a lucrat în concentrele anterioare, apar si alte unitati de calcul, cum sunt: suta, mia, etc., dar ele reprezinta generalizari ale cunostintelor si priceperilor anterioare, pe care elevii le pot descoperi singuri, constatând ca operarea cu numere naturale de orice marime se face la fel ca si cu numerele naturale mai mici decât 100.

Abordarea cazurilor noi se va face gradat fara sa se insiste prea mult pe denumirile

acestora, care sunt neimportante pentru elevi.

O eroare metodica din parte institutorului este nedozarea eficienta a sarcinilor calculatorii.

În situatia în care nu sunt intercalate si sarcini de alt tip, probabilitatea ca elevii sa greseasca este mai mare si aceasta se datoreaza: monotoniei, oboselii, micsorarii motivatiei pentru efectuarea calculelor.

**Metodologia pred**a**rii-înv**ata**rii înmul**t**irii** s**i împ**a**r**t**irii numerelor naturale**

Introducerea operatiilor de înmultire si împartire cu numere naturale se face dupa ce elevii

au dobândit cunostinte si au priceperi si deprinderi de calcul formate, corespunzatoare operatiilor de adunare si scadere. Operatiile de înmultire si împartire se introduc separat, mai întâi înmultirea (ca adunare repetata de termeni egali), apoi împartirea (ca scadere repetata a aceluiasi numar natural). Abia dupa introducerea lor si stapânirea lor de catre elevi se va evidentia legatura dintre aceste doua operatii.

Deoarece predarea-învatarea acestor doua operatii se face prin intermediul adunarii si

scaderii, intuitia nu mai are un rol predominant în cunoasterea si întelegerea lor.

**Înmul**t**irea numerelor naturale mai mici decât 100**

Operatia de înmultire se introduce tinând seama de definitia înmultirii ca: adunarea repetata

a aceluiasi termen.

De aceea pentru **stabilirea rezultatului înmul**t**irii** se pot utiliza **dou**a **procedee**:

-Efectuarea adunarii repetate a numarului respectiv si exprimarea acestei adunari prin

înmultire: 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 10, deci: 2 × 5 = 10.

-Efectuarea înmultirii prin grupare:

2 × 2 = 4, 2 × 3 = 6, 4 + 6 = 10, deci: 2 × 5 = 10.

**Primul procedeu** se întrebuinteaza mai ales pentru stabilirea tablei înmultirii, iar al doilea

se bazeaza pe primul, cu deosebire pe înmultirile numerelor 1-10 cu numere pâna la 5.

Ordinea exercitiilor de înmultire respecta ordinea prevazuta în tabla înmultirii, astfel ca se

învata întâi înmultirea numarului 2, apoi a numarului 3 etc.

Exprimarea în cazul înmultirii trebuie sa corespunda întru totul procesului de gândire care

are loc, astfel încât elevul sa-si poata însusi în mod constient si cu usurinta aceasta operatie. De aceea, se va folosi întâi exprimarea care utilizeaza cuvintele: **a luat de b ori**, apoi exprimarea: **a** **înmul**t**it cu b** si în sfârsit exprimarea: **a ori b**, aceasta fiind cea mai scurta si deci cea care se va folosi mai târziu în mod curent.

Este recomandabil ca la înmultirea numarului 2 sa se întrebuinteze pentru toate înmultirile

numarului, respectiv întâi exprimarea **a luat de b ori** si numai dupa ce elevii au deprins aceasta exprimare, sau numai la înmultirile numerelor urmatoare sa se treaca la celelalte moduri de exprimare.

**Pentru stabilirea rezultatului unei înmultiri, spre exemplu 2 × 3 = 6 se procedeaza în felul urmator:**

-se demonstreaza cu ajutorul a 2 - 3 materiale didactice, apoi pe baza de reprezentari cât fac

2 luat de 3 ori si trecându-se pe plan abstract se stabileste ca 2 luat de 3 ori fac 6;

-se scrie aceasta concluzie în doua feluri: sub forma de adunare si sub forma de înmultire,

adica: 2 + 2 + 2 = 6 2 × 3 = 6

-se citeste operatia de înmultire în cele 3 moduri aratate mai sus.

**Trecerea de la adunarea repetat**a **la înmul**t**ire** se face în **dou**a **moduri**.

I. Prin stabilirea rezultatului fiecarei adunari repetate a numarului dat si exprimarea acestei

operatii sub forma de adunare, apoi sub forma de înmultire, urmata de scrierea în cele doua feluri a acesteia; exemple: Cât fac trei creioane luate de 4 ori. Cum ati socotit ? (3 + 3 + 3 + 3 = 12).

Cum putem spune altfel? (3 luat de 4 ori fac 12). Cum scriem? (3 + 3 + 3 + 3 = 12 sau 3 × 4 = 12).

În felul acesta elevii se deprind sa identifice operatia de adunare repetata a aceluiasi termen

cu operatia de înmultire, sa substituie o operatie prin alta, ceea ce de altfel se si urmareste.

II. Prin stabilirea tuturor operatiilor de adunare repetata a aceluiasi termen programate

pentru lectia respectiva si apoi scrierea acestora sub forma de înmultiri. Adica, daca este vorba

despre înmultirea numarului 3, se stabilesc si se scriu toate adunarile numarului 3 pâna la 18:

3

3 + 3 = 6

3 + 3 + 3 = 9

3 + 3 + 3 + 3 = 12

3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 15

3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 18

apoi se transforma pe rând aceste adunari în înmultiri, scriindu-se în dreptul fiecarei adunari

înmultirea corespunzatoare, astfel:

3 × 1 = 3

3 × 2 = 6

3 × 3 = 9

3 × 4 = 12

3 × 5 = 15

3 × 6 = 18

Dintre aceste doua procedee se considera ca primul este mai indicat pentru motivul ca

elevii sunt pusi în situatia sa participe în mod constient la scrierea fiecarei adunari sub forma de înmultire, câta vreme dupa al doilea procedeu, chiar daca elevii participa constient la scrierea primelor doua adunari sub forma de înmultiri, celelalte transformari le vor face mecanic pe baza observatiei ca numarul 3 este luat pe rând de 2 ori, de 3 ori etc.

De altfel, între cele doua procedee nu se poate stabili o ierarhizare absoluta, ele urmând a fi

utilizate dupa preferintele propunatorului si tinând seama de conditiile în care lucreaza.

Semnul înmultirii se introduce cu prilejul scrierii primei operatii de înmultire, ca o

prescurtare a cuvintelor **luat de … ori**. În operatiile urmatoare, se va arata ca semnul **“**×**”** mai

tine locul cuvintelor **înmul**t**it** sau **ori**.

Pentru **memorarea tablei înmul**t**irii** se utilizeaza procedeele specificate pentru memorarea tablei adunarii si scaderii.

Apoi, la fiecare lectie, trecerea la predarea cunostintelor noi este precedata de calcul mintal,

iar în ascultare si în fixarea cunostintelor se rezolva probleme aplicative. De asemenea este

indicat sa se rezolve cât mai multe exercitii în care lipseste unul din factori, întâi exercitii în care lipseste factorul al doilea, apoi exercitii în care lipseste primul factor: 3 × ? = 15 sau ? × 5 = 15, întrucât aceste categorii de exercitii contribuie într-o masura mai mare la clasificarea si consolidarea înmultirilor.

În cadrul numerelor pâna la 100, tabla înmultirii se completeaza cu toate înmultirile

numerelor de o singura cifra, devenind apoi elementul de baza în toate calculele care utilizeaza

operatiile de gradul al doilea.

**Predarea înmul**t**irii în acest concentru** prezinta urmatoarele **caracteristici**:

-elevii sesizeaza rolul pe care îl îndeplineste primul factor ca numar ce se repeta si rolul pe

care îl îndeplineste cel de al doilea factor ca numar ce arata de câte ori se repeta primul factor;

-se scoate în evidenta si se aplica proprietatea comutativitatii înmultirii, în special pentru

stabilirea rezultatelor înmultirii cu 1, 2, 3, 4, 5 a numerelor 6, 7, 8 si 9. Aceasta proprietate se

generalizeaza în cadrul numerelor pâna la 100, astfel încât o buna parte din tabla înmultirii va constitui doar o repetare a celor învatate anterior;

-pe baza comutativitatii produsului se alcatuieste tabla înmultirii cu înmultitorul constant,

care va constitui elementul principal în introducerea împartirii prin cuprindere;

-pentru stabilirea rezultatelor înmultirilor, elevii vor putea întrebuinta o mare varietate de

procedee rationale: adunarea repetata, gruparea, comutativitatea care nu vor avea un caracter limitat, ci vor capata un câmp larg de desfasurare.

În ceea ce priveste intuitia, aceasta nu mai are rol predominant, întrucât elevii au dobândit

multe cunostinte în legatura cu operatiile aritmetice, si-au format anumite priceperi si au sesizat mecanismul scrierii adunarii repetate sub forma de înmultiri si tehnica formarii tablei înmultirii, astfel încât insistenta institutorului de a demonstra totul cu material didactic ar frâna însusirea într-un ritm mai rapid a cunostintelor. Nu se renunta complet la materialul didactic, dar acesta se utilizeaza numai în masura în care el este necesar pentru ca elevii sa-si însuseasca în mod constient operatiile respective. Astfel pe parcursul aceleiasi lectii, ca si în esalonarea lectiilor apartinatoare capitolului respectiv, dozarea materialului didactic se face în asa fel încât la început sa se utilizeze mai mult material didactic si sa se treaca prin toate cele trei faze, apoi din ce în ce mai putin, ajutându-se ca ultimele operatii sa se bazeze doar pe gândirea abstracta.

Exemplu, la înmultirea numarului 7:

-primele 6 operatii nu este necesar sa fie demonstrate, deoarece se cunosc de la înmultirile

cu înmultitorul constant al numerelor 1, 2, …, 6, ci doar se repeta înmultirile respective, se

reamintesc demonstratiile sau se repeta unele dintre ele daca se considera necesar;

-operatiile 7 × 7 si 7 × 8 se pot demonstra cu 1-2 materiale (bile si betisoare, cuburi si

buline, creioane si o plansa cu figuri), dintre care un material este indicat sa fie o plansa cu figure decupate si lipite sau cu figuri mobile, trecându-se apoi la faza semiconcreta si apoi abstracta;

-operatia 7 × 9 poate fi ilustrata numai cu ajutorul unor reprezentari, dupa care se trece la

faza abstracta;

-rezultatul operatiei 7 × 10 se poate stabili numai pe baza fazei abstracte.

De asemenea, în sirul lectiilor: înmultirea numarului 2, înmultirea numarului 3 etc., bogatia

si varietatea materialului didactic trebuie sa fie în descrestere, pe masura ce elevii dobândesc noi cunostinte si-si formeaza noi priceperi si deprinderi.

Ordinea în care se predau cunostintele privitoare la înmultirea numerelor este cea prevazuta

de tabla înmultirii, iar dupa epuizarea acesteia se trece la tratarea cazurilor speciale.

**Fazele principale** prin care trece o lectie de înmultire a unui numar, cu stabilirea **tablei**

**înmul**t**irii** respective, sunt urmatoarele:

-repetarea tablei înmultirii cu numarul precedent, sau cu numerele precedente;

-numararea ascendenta cu acel numar de unitati si scrierea rezultatelor numararii;

-adaugarea repetata a acelui numar, o data, de doua ori etc., cu scrierea pe tabla si pe caiete

a operatiei;

-scrierea adunarii repetate sub forma de înmultire;

-stabilirea completa a tablei înmultirii cu acel numar, inclusiv înmultirea cu unitatea;

-memorarea tablei stabilite, întrebuintând forme de activitate si procedee cât mai variate;

-rezolvarea de exercitii si probleme aplicative în legatura cu înmultirile învatate.

**Procedee pentru stabilirea rezultatelor la înmul**t**ire**:

**-procedeul adun**a**rii repetate**;

4 × 3 = 12 pentru ca 4 + 4 + 4 = 12.

-**procedeul utiliz**a**rii grup**a**rilor;**

4 × 7 = 28 pentru ca 4 × 3 = 12, 4 × 4 = 16 si 12 + 16 = 28

sau

4 × 7 = 28 pentru ca 4 × 5 = 20, 4 × 2 = 8 si 20 + 8 = 28.

-**procedeul comutativit**at**ii;**

7 × 3 = 21, pentru ca 3 × 7 = 21

9 × 6 = 54, pentru ca 6 × 9 = 54.

-**procedeul rotunjirii**;

9 × 3 = 27, pentru ca 10 × 3 = 30, 1 × 3 = 3 si 30 - 3 = 27.

**Înmul**t**irea numerelor naturale mai mici decât 1000**

În cadrul numerelor 1-1000 s-a învatat tabla înmultirii numerelor de o singura cifra, precum

si înmultirea zecilor cu un numar de o singura cifra fara trecere peste suta.

În cadrul numerelor de trei cifre se studiaza operatia de înmultire în ansamblu, cu toate

particularitatile ei si cu toate cazurile pe care le prezinta.

Pentru ca elevii sa-si poata însusi în conditii corespunzatoare operatia de înmultire, sa

patrunda sensul ei, sa-si formeze deprinderi temeinice de calcul corect si rapid, este necesar sa stapâneasca la perfectie toate cunostintele premergatoare înmultirii numerelor de trei cifre.

Aceste cunostinte sunt urmatoarele:

-tabla înmultirii numerelor de o singura cifra;

-numeratia orala si scrisa a numerelor de mai multe cifre, cu deosebire formarea numerelor,

compunerea si descompunerea lor în unitati componente;

-efectul numarului zero în cazul înmultirii;

-notiunile teoretice elementare privitoare la denumirile factorilor si a rezultatului

înmultirii.

Apoi, pentru a putea trece la înmultirea în scris, elevii trebuie sa aiba formate priceperi si

deprinderi temeinice de calcul, sa cunoasca bine cazurile de înmultire si sa efectueze cu usurinta adunarea în scris, deoarece înmultirea în scris utilizeaza adunarea ca operatie auxiliara.

La fiecare caz de înmultire este necesar sa se stabileasca o concluzie care sa obtina ca

element principal: cazul de înmultire si procedeul. Aceasta concluzie poate fi formulata ca o

explicare a procedeelor întrebuintate, sau sub forma de regula.

În ceea ce priveste exprimarea în desfasurarea calculului în scris este indicat sa se întrebuinteze, mai ales la primele exercitii, atât exprimarea completa (cu denumirea unitatilor), cât si exprimarea prescurtata, asigurându-se astfel însusirea constienta a tehnicii operatiilor si realizându-se în acelasi timp trecerea pe nesimtite de la calculul oral la cel scris.

**Înmul**t**irea oral**a

Programa scolara prevede pentru clasa a IV-a, în cadrul numerelor pâna la 1000, numai

cazurile simple de înmultire orala, si anume, înmultirea zecilor si a sutelor cu un numar de o

singura cifra, precum si înmultirea cu 10, 100 si 1000.

Procedeele de înmultire în aceste cazuri se bazeaza pe regulile stabilite la înmultirea

unitatilor si a zecilor. Astfel, înmultirea 50 × 3 se scrie: 5 zeci × 3 = 15 zeci, adica 50 × 3 = 150; sau înmultirea 300 × 2 se scrie 3 sute × 2 = 6 sute, adica 300 × 2 = 600.

Prin urmare, înmultirea zecilor si a sutelor se reduce la înmultirea unitatilor, **regula** fiind:

zecile si sutele se înmultesc ca si unitatile, dar la produs se adauga un zero, respectiv doua

zerouri.

Succesiunea acestor exercitii de **înmul**t**ire oral**a este urmatoarea:

-**înmul**t**irea sutelor cu un num**a**r de o singur**a **cifr**a **f**a**r**a **trecere peste mie**.

Exemple: 400 × 2; 200 × 3; 500 × 2 etc.

-**înmul**t**irea zecilor cu un num**a**r de o singur**a **cifr**a.

Exemple: 70 × 4; 50 × 7; 80 × 5; 30 × 9 etc.

În afara de acestea, odata cu primele exercitii scrise de înmultire se introduc notiunile de

deînmultit, înmultitor, factori si produs, ca denumiri ale numerelor care se înmultesc si rezultatul înmultirii.

Dintre toate cazurile de înmultire orala, cel mai important este cel de înmultire a unui

numar format din sute si zeci cu un numar de o singura cifra, pentru ca acesta constituie un

exercitiu pregatitor pentru înmultirea în scris, mai ales ca unul din procedeele indicate pentru înmultirea orala, anume înmultirea pe rând a sutelor, apoi a zecilor cu numarul dat si adunarea rezultatelor, este asemanator cu cel întrebuintat la înmultirea în scris.

Exemplu: 320 × 3 = 960, pentru ca 300 × 3 = 900, 20 × 3 = 60 si 900 + 60 = 960.

În acest caz de înmultire se mai întrebuinteaza si un alt procedeu, care consta în transformarea numarului în zeci si apoi înmultirea numarului de zeci obtinut:

320 = 32 zeci; 32 zeci × 3 = 96 zeci, adica 320 × 3 = 960.

Regula înmultirii cu 10 a unui numar de doua cifre constituie primul procedeu rational de

înmultire rapida prevazut pentru clasele I-IV. Pe acest procedeu se vor baza apoi celelalte

procedee, si anume, înmultirea cu 100 si 1000, sau cu orice numar format din cifra 1 urmata de zerouri, sau cu orice numar format dintr-o cifra oarecare urmata de zerouri.

Pentru stabilirea unei concluzii care sa constituie **regula înmul**t**irii unui num**a**r cu 10**, se

studiaza mai multe exemple din aceasta categorie, efectuându-se înmultirea în mod obisnuit,

spre exemplu: 38 × 10:

30 × 10 = 300

8 × 10 = 80, 300 + 80 = 380, deci 38 × 10 = 380,

apoi, pe baza metodei comparatiei, se constata ca produsul (rezultatul) se deosebeste de

deînmultit prin faptul ca are un zero la urma, ceea ce înseamna ca fiecare unitate a deînmultitului a devenit de 10 ori mai mare, adica întreg numarul s-a marit de 10 ori. Deci, prin înmultirea cu 10 a numarului dat i s-a adaugat acestuia un zero în partea dreapta. facând aceeasi constatare în 3-4 sau mai multe cazuri si utilizând operatiile de abstractizare si generalizare ale gândirii, se formuleaza **concluzia**: u**n num**a**r se înmul**t**e**s**te cu 10 ad**a**ugând la dreapta lui un zero**.

În ceea ce priveste exprimarea, aceasta trebuie sa cuprinda toate procesele aritmetice care

conduc la operatia de înmultire: luarea (repetarea) unui numar sau a unei cantitati de câteva ori, marirea de câteva ori, înmultirea cu un numar, iar exercitiile trebuie sa cuprinda si cazurile în care se cere sa se afle unul din factori, cunoscând celalalt factor.

**Înmul**t**irea în scris**

Operatia de înmultire în scris cuprinde o mare varietate de exercitii, a caror înmultire se

poate face în diferite moduri. Astfel:

-tinând seama de concentrul numerelor în care se încadreaza rezultatul operatiei, înmultirea

poate fi cu numere pâna la 1000 sau de 3 cifre si cu numere de o cifra;

-dupa numarul cifrelor înmultitorului, înmultirea poate fi cu înmultitorul de o singura cifra,

de doua cifre si de 3 sau mai multe cifre;

-dupa dificultatile pe care le precizeaza feluritele cazuri de înmultire, se pot deosebi:

înmultirea când produsul unitatilor de diferite ordine este mai mic decât 10, egal cu 10 sau cu zeci întregi si mai mari decât 10;

-cazurile particulare de înmultire, legate de existenta zerourilor în unul sau în ambii factori,

la urma sau în interior.

Ca exemplu fie urmatoarele **cazuri**:

**-înmul**t**irea cu un num**a**r de o singur**a **cifr**a **când fiecare produs ob**t**inut din înmul**t**irea**

**unit**at**ilor de ordin, respectiv ale deînmul**t**itului cu înmul**t**itorul, este mai mic decât 10;**

**Exemple:** 312 × 3; 221 × 4; etc.

În cazul exercitiilor de înmultire din aceasta categorie se urmareste nu atât însusirea unui

procedeu de calcul, care este cunoscut deja de la înmultirea orala, cât mai ales cunoasterea si însusirea elementelor tehnice ale operatiei de înmultire: felul de asezare a factorilor în efectuarea produsului, precum si reamintirea denumirilor factorilor si a rezultatului înmultirii, cu sesizarea functiei pe care o îndeplineste fiecare factor al produsului. Prin urmare este necesar sa se insiste în formarea la elevi a deprinderilor de asezare a factorilor dupa regula asezarii termenilor operatiilor de gradul I, spre exemplu: 312 × 3 = 312 × 3

urmând ca mai târziu sa se introduca si sa se utilizeze asezarea factorilor în rând, iar produsul sub deînmultit, pentru a se realiza economii de spatiu si energie si pentru a pregati trecerea la împartire, unde termenii se aseaza numai în rând.

Exemplu: 134 × 2 134 × 2 268

Pentru stabilirea unui procedeu de calcul în scris, se folosesc cunostintele de calcul oral,

adica înmultirea pe rând a unitatilor de diferite ordine ale deînmultitului cu înmultitorul,

însumând rezultatele. Trecându-se la efectuarea calculului în scris, se scoate în evidenta

superioritatea acestui calcul fata de cel oral, prin faptul ca produsul se obtine direct, fara alte

calcule intermediare. De asemenea se reamintesc, se precizeaza si se aplica regulile stabilite la celelalte operatii în ceea ce priveste efectuarea calculului oral si a celui în scris. Anume:

-înmultirea orala se face începând cu unitatile de ordinul cel mai mare, în cazul de fata

începând cu sutele, urmând si unitatile simple, obtinându-se în felul acesta produsele

corespunzatoare înmultirii fiecarui ordin cu înmultitorul, care apoi se însumeaza;

-înmultirea în scris se face începând cu unitatile de ordinul cel mai mic, deci cu unitatile

simple, urmând apoi zecile si sutele (de la dreapta spre stânga), analog cu adunarea sau scaderea.

Cu utilizarea exemplului de mai sus, aspectul tablei ar fi urmatorul:

Scrierea operatiei Calculul oral Calculul în scris

312 × 3=936 300 × 3 = 900 312 × deînmultit

10 × 3 = 30 3 înmultitor

2 × 3 = 6 936

900 + 30 + 6 = 936.

În predarea unui anumit caz de înmultire, primul exercitiu se rezolva de catre institutor, cu

explicatii si justificari complete si clare, facând astfel demonstrarea procedeului. Explicatiile si justificarile sunt repetate de elevi si tot ei rezolva în continuare exercitiile urmatoare, de

asemenea cu explicatii complete referitoare la cazul de înmultire, scrierea operatiei, efectuarea calculului oral, asezarea pentru calculul în scris, efectuarea acestui calcul, denumirea rezultatului si a factorilor. În urma analizei exemplelor folosite în cursul lectiei se stabileste regula corespunzatoare, în cazul de fata regula privitoare la înmultirea în scris cu un numar de o singura cifra.

În ceea ce priveste exprimarea institutorului si a elevilor în timpul efectuarii calculului în

scris, la primele exercitii aceasta trebuie sa cuprinda ambele forme: exprimarea completa si

exprimarea prescurtata, tehnic. Exprimarea completa consta în întrebuintarea limbajului

corespunzator procesului de gândire care are loc, deci cu denumirea unitatilor, facând astfel

legatura strânsa cu felul de exprimare în cazul calculului oral:

- 2 unitati luate de 3 ori fac 6 unitati, scriem 6 sub unitati;

- 1 zece luat de 3 ori fac 3 zeci, scriem 3 sub zeci;

- 3 sute luate de 3 ori fac 9 sute, scriem 9 sub sute.

Exprimarea prescurtata, spre care trebuie sa se tinda neîncetat, cu perseverenta, de îndata ce exista siguranta ca elevii si-au însusit în mod constient procedeul de calcul respectiv, consta în redarea în cuvinte cât mai putine a calculului, accentuându-se caracterul tehnic al acestuia:

- 3 ori 2 fac 6, se scrie 6;

- 3 ori 1 fac 3, se scrie 3;

- 3 ori 3 fac 9, se scrie 9, rezultatul 936.

**-înmul**t**irea cu numere de dou**a **cifre;**

Particularitatea acestui caz de înmultire consta în introducerea notiunii de produs

partial, astfel ca numai asupra acestui lucru este nevoie sa se atraga atentia elevilor în mod

deosebit, stabilindu-se necesitatea înmultirii cifrelor care reprezinta unitatile de diferite

ordine ale deînmultitului întâi cu cifra zecilor si asa mai departe, obtinându-se un numar de

produse partiale egal cu numarul cifrelor înmultitorului. De asemenea se stabileste ca regula

ca prima cifra a fiecarui produs partial se aseaza sub cifra corespunzatoare a înmultitorului.

Cu aceste indicatii, prezentate si motivate simplu, elevii reusesc sa înteleaga si sa aplice cu

usurinta procedeul, a carui consolidare se obtine prin exercitiile repetate care se rezolva în

continuare.

**Împ**a**r**t**irea numerelor naturale mai mici decât 100**

În acest concentru se introduce si se studiaza numai împartirea în parti egale, deoarece

aceasta, spre deosebire de împartirea prin cuprindere, este înteleasa mai usor de catre elevi,

exprimarea întrebuintata este în concordanta cu datele experientei si cu procesul de gândire care are loc, iar demonstrarea operatiilor se face fara dificultati.

Întrucât împartirea în parti egale se bazeaza pe înmultire, ordinea exercitiilor este aceeasi,

adica se trateaza întâi împartirea numerelor 2, 4 , 6, …, 20 la 2, apoi a numerelor 3, 6, 9, …, 18 la 3 etc.

Demonstrarea operatiilor se face prin întrebuintarea unor materiale cât mai variate, unele

dintre ele corespunzatoare experientei proprii a elevilor: creioane, caiete, nuci, castane, lei etc., altele din cele întrebuintate în mod obisnuit în clasa: bile, betisoare, cuburi, buline etc.

**Procedeul initial este urmatorul:**

-se stabileste numarul de obiecte ce trebuie împartit si numarul partilor, spre exemplu: 18

creioane împartite în mod egal la 6 copii;

-se repartizeaza fiecarei parti (fiecarui copil) câte un creion, deci în total 6 creioane,

stabilindu-se ca au mai ramas 12, apoi se mai repartizeaza câte înca un creion, stabilindu-se ca au mai ramas 6, care de asemenea se repartizeaza si nu mai ramâne nici un creion;

-se verifica numarul creioanelor repartizate fiecarei parti (fiecarui copil);

-se stabileste, se repeta si se scrie concluzia: 18 creioane împartite în mod egal la 6 copii

fac 3 creioane, sau 18 creioane împartite în 6 parti egale fac 3 creioane.

Pentru a realiza trecerea treptata de la concret la abstract, materialele care se întrebuinteaza

în continuare: betisoare, cuburi, castane etc., chiar pentru aceeasi operatie, se împart în parti

egale, deci nu la un numar de copii, obiectele asezându-se în grupe separate, dupa care se trece la faza semiconcreta, în cadrul careia copiii vor împarti mintal, în acelasi numar de parti egale, diferite numere ce reprezinta obiecte pe care nu le au în fata si cu care nu lucreaza efectiv: piese, masini, pere, castane, precum si gaini, oua etc.

În rezolvarea primelor exercitii de împartire, stabilirea rezultatului operatiei se face prin

**separarea efectiv**a **în p**a**r**t**i egale** s**i distincte a num**a**rului total de obiecte, iar verificarea se face prin înmul**t**ire**. Îndata însa ce elevii dovedesc ca au patruns întelesul operatiei de împartiresi au reusit sa-si însuseasca în conditii satisfacatoare mecanismul acestei operatii, trebuie sadepaseasca faza împartirii efective a obiectelor si sa treaca neîntârziat la stabilirea prin înmultirea rezultatului unei împartiri, realizându-se astfel legatura strânsa dintre cele doua operatii. Spreexemplu: 18 împartit în 6 parti egale fac 3, pentru ca 3 luat de 6 ori fac 18, ceea ce se scrie:

18 : 6 = 3, pentru ca 3 × 6 = 18.

În **stabilirea pe baza înmul**t**irii a rezultatului unei împ**a**r**t**iri nu** numai ca nu se pot evita

**încerc**a**rile**, dar se considera indicat sa se apeleze mereu la aceste încercari, întrucât ele aduc o contributie hotarâtoare la dezvoltarea gândirii si la întelegerea relatiilor de independenta dintre cele doua operatii aritmetice, punând astfel accentul pe ceea ce este esential în împartire, si anume faptul ca este operatia inversa înmultirii.

**Exemplu:**

18 : 6 fac 1 ? NU, pentru ca 1 × 6 = 6, nu 18;

18 : 6 fac 2 ? NU, pentru ca 2 × 6 = 12, nu 18;

18 : 6 fac 3 ? DA, pentru ca 3 × 6 = 18.

Procedând în acest fel, elevii vor ajunge sa stabileasca rezultatele diferitelor împartiri

numai pe baza tablei înmultirii pe care au învatat-o sau pe care o pot învata cu mai multa

usurinta.

**Exemplu**: La împartirea 15 : 3, elevii vor stabili rezultatul raspunzând mintal la întrebarea:

cât ori 3 fac 15 ? deci, 15 : 3 = 5 pentru ca 5 × 3 = 15.

Un alt procedeu pentru stabilirea rezultatului unei împartiri si care se poate introduce

treptat este **procedeul grup**a**rilor**, adica al descompunerii deîmpartitului în doua, trei grupe, care se împart, adunându-se rezultatele.

**Exemplu:**

12 : 3 = .

9 : 3 = 3

3 : 3 = 1

3 + 1 = 4

În ceea ce priveste **exprimarea**, este necesar sa se întrebuinteze la început exprimarea

completa, corespunzatoare proceselor practice si de gândire care au loc:

18 împartit în 6 parti egale fac 3 si paralel cu aceasta sa se întrebuinteze exprimarea prescurtata:

18 împartit la 6 fac 3.

**Caracteristici specifice împ**a**r**t**irii numerelor naturale mai mici decât 100**

-în cadrul numerelor pâna la 100 se studiaza atât împartirea în parti egale, cât si împartirea

prin cuprindere (în aceasta ordine);

-operatia de împartire se studiaza în strânsa legatura cu înmultirea, atât în ceea ce priveste

stabilirea si motivarea rezultatului, cât si prin sesizarea relatiilor care duc la constatarea ca cele doua operatii sunt inverse una alteia, adica ceea ce se face prin înmultire se desface prin împartire invers;

-împartirea în parti egale se bazeaza pe înmultirea cu înmultitorul constant, acesta devenind

împartitor;

-ordinea operatiilor este aceeasi ca si la înmultire.

**Procedeele întrebuin**t**ate pentru stabilirea rezultatelor la împ**a**r**t**ire sunt urm**a**toarele**:

-legatura dintre înmultire si împartire, legatura cu ajutorul careia se gaseste si se motiveaza

rezultatul;

**Exemplu**: 24 : 6 = ? Câtul este acel numar din înmultirea caruia cu împartitorul se obtine

deîmpartitul, adica 4, deci:

24 : 6 = 4, pentru ca 4 × 6 = 24.

-descompunerea deîmpartitului în termeni mai mici, astfel ca acesti termeni sa fie divizibili

prin împartitor;

**Exemplu:** 56 : 7 = 8 pentru ca: 28 : 7 = 4

28 : 7 = 4 si 4 + 4 = 8.

-împartirea succesiva a deîmpartitului prin factorii împartitorului;

**Exemplu**:28 : 4 = 7, pentru ca: 28 : 2 = 14 si 14 : 2 = 7

Împartirea prin cuprindere se bazeaza pe înmultirea cu împartitorul constant.

**Etapele metodice în tratarea împ**a**r**t**irii prin cuprindere** pot fi formulate astfel:

**-formarea no**t**iunii de împ**a**r**t**ire prin cuprindere, scrierea** s**i citirea acestei împ**a**r**t**iri.**

Pentru a ajunge la întelegerea acestor notiuni, trebuie sa se lamureasca si sa se delimiteze

întelesul expresiilor: **în p**a**r**t**i egale, în grupe de câte … obiecte, grupate, cuprindere**. În acest scop trebuie sa se utilizeze exemple concludente, legate de experienta si cunostintele elevilor.

Astfel, elevii sunt asezati în banci **câte doi**, în **grupe de câte doi**, dar aceiasi elevi pot fi grupati câte 3, câte 4 etc., sau în grupe de câte 3, câte 4. Pentru o mai buna precizare a lucrurilor se un anumit numar de elevi, spre exemplu 16 si se fac toate gruparile posibile: câte 1, câte 2, câte 4, câte 8 si câte 16, stabilindu-se numarul grupelor formate si întrebuintându-se exprimarea corespunzatoare:

16 elevi împartiti în grupe de câte 2 elevi fac 8 grupe;

16 elevi împartiti în grupe de câte 4 elevi fac 4 grupe;

16 elevi împartiti în grupe de câte 8 elevi fac 2 grupe etc.

Apoi se lamureste procesul de gândire care are loc pentru stabilirea grupelor precizându-se

ca 16 elevi împartiti în grupe de câte 2 fac 8 grupe, adica 2 în 16 se cuprinde de 8 ori, fiindca 2 repetati de 8 ori fac 16, sau 16 elevi împartiti în grupe de câte 4 fac 4 grupe, adica 4 în 16 se cuprinde de 4 ori, fiindca 4 elevi repetati de 4 ori fac 16.

Dupa aceasta se trece la demonstrarea împartirii prin cuprindere întrebuintând diferite

materiale didactice cu care lucreaza atât institutorul cât si elevii.

**Exemplu:** Daca se lucreaza cu betisoare, acestea se grupeaza câte 1, câte 2, câte 4,

stabilindu-se de fiecare data numarul grupelor ce se obtin, cu repetarea în cuvinte a

procesului aritmetic: 12 betisoare împartite în grupe de câte 2 betisoare fac 8 grupe, pentru

ca 2 se cuprinde în 16 de 8 ori etc.

Dupa tratarea a 2-3 exemple concrete, se trece la faza semiconcreta si apoi abstracta,

stabilindu-se drept concluzie.

16 împartit în grupe de câte 2 fac 8, sau 2 se cuprinde în 16 de 8 ori;

16 împartit în grupe de câte 4 fac 4, sau 4 se cuprinde în 16 de 4 ori;

16 împartit în grupe de câte 8 fac 2, sau 8 se cuprinde în 16 de 2 ori etc.

Un exemplu sau doua din aceste operatii se scriu pe tabla si pe caiete, scotându-se în

evidenta faptul ca scrierea acestei împartiri este cea cunoscuta, însa citirea ei se face altfel.

**Exemplu:** Operatia: 16 : 4 = 4 se citeste ca împartire prin cuprindere astfel: 16 împartit în

grupe de câte 4 fac 4, sau 4 în 16 se cuprinde de 4 ori.

Numai dupa ce elevii încep sa patrunda sensul expresiilor care caracterizeaza împartirea

prin cuprindere se poate trece la studiul sistematic al acestei operatii, tratându-se pe rând

împartirea la 2 prin cuprindere, apoi la 3 si asa mai departe, în strânsa legatura cu înmultirea

numarului respectiv si cu împartirea în parti egale prin acel numar.

**-probleme de împ**a**r**t**ire prin cuprindere.**

Tot ceea ce s-a aratat pâna aici în legatura cu împartirea prin cuprindere are drept scop sa

familiarizeze pe elevi cu exprimarea caracteristica acestei împartiri si sa-i faca sa patrunda întelesul si esenta operatiei. Daca însa într-o problema este vorba de împartire prin cuprindere, sau de împartire prin parti egale, acestea se pot stabili numai prin textul problemei, mai ales ca forma sub care se scrie operatia corespunzatoare fiecarei împartiri este aceeasi si difera doar exprimarea.

Urmarind ca elevii sa faca distinctie clara între cele doua feluri de împartiri, este necesar sa

se formeze, cu aceleasi date, o problema de împartire în parti egale si alta prin cuprindere. **Spre exemplu**: folosind relatia 15 : 3 = 5, se pot formula urmatoarele probleme:

***O cantitate de 15 litri de ulei s-a pus în mod egal în 3 bidoane. Câti litri de ulei s-au pus***

***într-un bidon?***

**Operatia se scrie:**

15 *l* : 3 = 5 *l*

si se citeste:

15 *l* împartit în 3 parti egale (bidoane) fac 5 *l*.

O cantitate de 15 *l* de ulei s-a turnat în bidoane de câte 3 *l* . Câte bidoane sunt

necesare?

**Operatia se scrie:**

15 *l* : 3 *l* = 5

si se citeste:

15 *l* împartit în parti (bidoane) de câte 3 *l* fac 5 (bidoane),

sau:

3 *l* se cuprind în 15 *l* de 5 ori, deci sunt necesare 5 bidoane.

La împartirea în parti egale se observa ca deîmpartitul si câtul sunt numere concrete

(reprezinta unitati sau lucruri de acelasi fel), iar împartitorul este numar abstract si arata numarul partilor egale în care s-a facut împartirea. La împartirea prin cuprindere, deîmpartitul si împartitorul sunt numere concrete, iar câtul este numar abstract si arata de câte ori se cuprinde împartitorul în deîmpartit. Aceste observatii caracterizeaza în mod general cele doua feluri de împartire.

**Împ**a**r**t**irea numerelor naturale mai mici decât 1000**

***Considera***t***ii generale***

Operatia de împartire este cea mai dificila dintre operatiile aritmetice, datorita

complexitatii ei, varietatii cazurilor si caracteristicilor pe care le prezinta, cât si datorita

faptului ca utilizeaza simultan toate cele trei operatii precedente. De aceea, studiul

operatiilor de împartire si tratarea varietatii cazurilor ei solicita o mai mare concentrare a

eforturilor si atentiei elevilor, o buna orientare metodica a institutorului si o adevarata

maiestrie din partea acestuia în prezentarea sub o forma simpla, accesibila, a diferitelor

cazuri, cu o dozare treptata si cu grija a dificultatilor. Astfel fiind, principiul fundamental al

didacticii: **de la u**s**or la greu, de la simplu la compus** îsi are aplicarea cu deosebire în

predarea împartirii.

În ceea ce priveste exprimarea, aceasta devine dificila în cazul împartirii în scris, astfel

ca necesitatea exprimarii complexe, cu denumirea unitatilor, apare numai în masura în care o reclama însusirea constienta a procedeelor. De aceea, de îndata ce elevii reusesc sa patrunda sensul împartirii si încep sa înteleaga tehnica operatiei, trebuie sa se staruie mereu si cu o perseverenta din ce în ce mai evidenta asupra formarii deprinderilor de calcul cu utilizarea mijloacelor tehnice proprii acestei operatii si pentru cunoasterea variatelor particularitati ale împartirii în scris. De altfel, în cazul împartirii, nu se poate vorbi de un anumit fel de exprimare completa, ca în cazul înmultirii, deoarece aceasta exprimare se confunda cu explicatia amanuntita si justificarea procedeelor adoptate, astfel încât tendinta spre o exprimare simplificata, spre o schematizare a procedeului de împartire în scris trebuie sa se manifeste de la primele exercitii ca o necesitate organica.

**Clasificarea diferitelor cazuri de împartire prezinta de asemenea dificultati care pot fi înlaturate cu usurinta.**

Cea mai frecventa clasificare o constituie aceea care se refera la

numarul de cifre ale împartitorului, adica: împartirea la un numar de o singura cifra si

împartirea la un numar de doua cifre. Fiecare din aceste cazuri implica procedee speciale si

tratare separata.

**Împ**a**r**t**irea oral**a

**Împ**a**r**t**irea oral**a **cuprinde în primul rând: împ**a**r**t**irea unui num**a**r format din sute**

**întregi la un num**a**r de o singur**a **cifr**a**, apoi a unui num**a**r format din sute** s**i zeci, la un**

**num**a**r de o singur**a **cifr**a**, fiecare num**a**r de sute** s**i fiecare num**a**r de zeci împ**a**r**t**indu-se**

**exact la împ**a**r**t**itor.**

Procedeul pentru împartirea sutelor se stabileste prin comparatie cu împartirea unitatilor si

a zecilor, formulându-se observatia corespunzatoare; sutele se împart ca si unitatile, ca si zecile.

Pentru împartirea unui numar format din sute si zeci, se împart întâi sutele, apoi zecile la

împartitor, însumându-se rezultatele. Procedeul se stabileste prin aplicarea în acest caz a celor stabilite la împartirea zecilor si la împartirea sutelor.

**Exemplu:** 480 : 4 = .

400 : 4 = 100

80 : 4 = 20

100 + 20 = 120

Întrucât elevii iau cunostinta pentru prima data de cazul **împ**a**r**t**irii incomplete**, adica

a **împ**a**r**t**irii cu rest**, iar experienta arata ca însusirea acestor notiuni întâmpina serioase

dificultati, din cauza ca necesita un mai înalt grad de patrundere a sensului împartirii, este

necesar sa se acorde suficienta atentie acestei împartiri, cu atât mai mult cu cât în continuare

împartirea cu rest este mai frecventa decât cea exacta, si odata ce notiunile sunt formate si

fixate, se vor putea întrebuinta cu succes în rezolvarea cazurilor de împartire cu resturi

succesive.

Din aceste motive se recomanda procedee metodice cât mai apropiate de nivelul de

întelegere al elevilor, cât mai atractive si mai concludente.

Primele exercitii de împartire cu rest trebuie sa reprezinte formularea matematica a

unor actiuni ce se petrec în fata elevilor, pe care le realizeaza elevii însisi, facând constatari

pe cazuri concrete si extinzând apoi aceste constatari la alte cazuri asemanatoare, concrete,

semiconcrete sau abstracte.

**Exemplu:** Elevii sunt pusi sa împarta 2 creioane la 2 elevi, sa constate ca împartirea s-a

facut exact si sa scrie matematic concluzia: 2 : 2 = 1. Apoi sa împarta 3 creioane la 2 elevi,

sa constate ca fiecare elev primeste câte un creion, dar mai ramâne 1 creion, deci concluzia

scrisa matematic este: 3 : 2 = 1, rest 1. În mod asemanator se va proceda în continuare cu

împartirea a 4, 5, 6, … obiecte în doua parti egale, scriindu-se într-o coloana împartirile

exacte si în alta coloana cele cu rest, astfel:

2 : 2 = 1 3 : 2 = 1, rest 1

4 : 2 = 2 5 : 2 = 2, rest 1

6 : 2 = 3 7 : 2 = 3, rest 1

si asa mai departe pâna la 10 sau chiar pâna la 20.

Analizându-se împartirile scrise pe cele doua coloane, se poate stabili cu usurinta ca fiecare

împartire din prima coloana s-a facut exact, deci toate acestea sunt împartiri exacte si fiecare din

a doua coloana s-a facut cu rest, deci, toate sunt împartiri cu rest.

La fel se procedeaza cu împartirile la 3, formulându-se concluzii asemanatoare, cu

deosebirea ca în cazul împartirii la 3, resturile pot fi 1 sau 2 si facându-se constatarea ca fiecare din aceste resturi este mai mic decât împartitorul.

Se procedeaza în acelasi fel cu împartirea numerelor 4, 5, 6, 7, 8, … la 4, a numerelor 5, 6,

7, … la 5 etc.

Pentru ca elevii sa se deprinda de pe acum cu verificarea cifrei de la cât, este indicat ca la

fiecare împartire sa se faca si **verificarea** prin înmultire, la împartirea cu rest adaugându-se la produs restul.

**Exemplu**: 7 : 3 = 2 rest 1, pentru ca 2 × 3 = 6 si cu 1 fac 7.

Numai dupa ce elevii si-au format în mod clar si complet notiunea de împartire cu rest,

spre deosebire de împartirea exacta, se poate trece la **împ**a**r**t**irea cu rest a unui num**a**r format din zeci** s**i unit**at**i**: 46 : 5; 27 : 8; 75 : 9, apoi **a unui num**a**r format din sute, zeci** s**i unit**at**i**:

547 : 2; 928 : 3 etc.

**Împ**a**r**t**irea în scris**

Cuprinde numeroase si variate particularitati. Se va prezenta ca exemplu **împ**a**r**t**irea unui**

**num**a**r de trei cifre la un num**a**r de o singur**a **cifr**a si **anume în cazul când unit**at**ile de**

**fiecare ordin ale deîmp**a**r**t**itului se împart exact la împ**a**r**t**itor**.

Acest caz de împartire se preda în clasa a IV-a, în cadrul împartirii unui numar natural mai

mic ca 1000 la un numar de o cifra si este important din urmatoarele motive:

-este primul caz de împartire în scris si deci cu ajutorul lui se introduc procedeele împartirii

în scris, procedee care sunt noi si cu totul deosebite de cele întâlnite la celelalte operatii;

-este singurul caz de împartire în scris care face legatura directa si completa cu împartirea

orala, deoarece operatia se poate efectua cu usurinta si oral, câta vreme la toate celelalte cazuri urmatoare, calculul oral întâmpina dificultati, motiv pentru care la rezolvarea lor se renunta treptat la calculul oral, pe masura ce calculul în scris devine mai avantajos;

-este singurul caz de împartire în scris care nu prezinta nici un fel de particularitate, astfel

încât el ofera posibilitatea însusirii de catre elevi a tehnicii împartirii.

Pentru **introducerea tehnicii împ**a**r**t**irii**, se poate proceda în felul urmator:

Dupa ce s-a stabilit necesitatea efectuarii unei operatii din aceasta categorie, spre exemplu

369 : 3, ori cu ajutorul unei probleme, ori data direct ca exercitiu, se scrie operatia pe rând, apoi se efectueaza calculul oral cu scrierea operatiilor ajutatoare, dupa care elevii sunt anuntati ca li se va arata felul cum se face împartirea în scris, stabilindu-se în primul rând ca împartirea în scris se face ca si cea orala, împartindu-se pe rând unitatile deîmpartitului începând cu cele de ordinul cel mai mare, deci cu sutele si continuând cu zecile si unitatile simple, dar asezarea operatiei este deosebita. Împartitorul nu se mai aseaza sub deîmpartit si nici câtul, ci în rând. Se trece apoi la efectuarea în scris a operatiei. Utilizând exprimarea completa, adica cu denumirea unitatilor:

3 sute împartite în 3 parti egale fac 1 suta. Se scrie la cât 1 si se face proba: 1 ori 3 fac 3.

Se scrie 3 sub sute, se trage linie, se scade si nu ramâne nimic. Deci sutele s-au împartit

exact. Se împart acum zecile, dar pentru aceasta se iau separat, se coboara si se spune: 6 zeci

împartite în 3 parti egale ... etc.

Dupa ce procedeul împartirii în scris este repetat de elevi, cu exprimarea completa, se

trece la exprimarea prescurtata pe care o prezinta tot institutorul si pe care de asemenea o

repeta elevilor. Exprimarea prescurtata este urmatoarea: 3 în 3 se cuprinde de o data (se scrie 1 la cât), pentru ca 1 ori 3 fac 3 (se scrie 3 sub sute), se trage linie, se scade si nu ramâne

nimic (se trag doua linioare); se coboara 6; 3 în 6 se cuprinde de 2 ori (se scrie 2 la cât) ...

etc.

**Cu efectuarea calculelor la acest exercitiu tabla are urmatorul aspect:**

**Scrierea operatiei Calculul oral Calculul în scris**

369 : 3 = 123 300 : 3 = 100 369 : 3 = 123

60 : 3 = 20 3 .

9 : 3 = 3 = 6

6 .

= 9

9 .

=